№1

$V_{спут} \sim V_1$; $\frac{V_1}{200км} \underset{\frac{V_1}{R_\oplus}}{\gg} \frac{2\pi}{24h}$

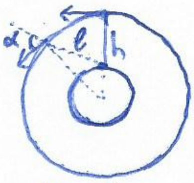


рис. 1

~~Справедливо~~ $\left(\frac{V_1}{200км} \gg \frac{2\pi}{\underset{\approx\sqrt{2}h}{T_{спут}}} \gg \frac{2\pi}{24h}\right)$ ⇒ можем не интересоваться тем, в каком направлении движется спутник, и пренебрегать вращением Земли).

Тогда $\omega_{max} = \frac{V_{спут}}{200км}$; $\omega = \omega_{max} \cdot \frac{\cos\alpha \text{ (см. рис. 1)}}{l/h \text{ (см. рис. 1)}}$, $h = 200км$

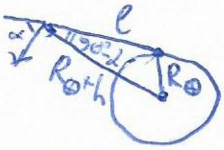


рис. 2

Т. кос: $R_\oplus^2 = (R_\oplus+h)^2 + l^2 - 2(R_\oplus+h)\,l\cos(90°-\alpha)$

$$\frac{R_\oplus^2}{(R_\oplus+h)^2} = 1 + \left(\frac{l}{R_\oplus+h}\right)^2 - 2\frac{l}{R_\oplus+h}\sin\alpha$$

$\frac{l}{R_\oplus+h}$ (если спутник видим над горизонтом) см. рис. 3 $< \frac{\sqrt{(R_\oplus+h)^2 - R_\oplus^2}}{R_\oplus+h} \approx \frac{\sqrt{2R_\oplus h}}{R_\oplus} = \sqrt{2\cdot\frac{200}{6400}} = \frac{1}{4}$, но к этому моменту α будет уже слишком мал, так что в интересующей нас области (см. рис. 4) $\frac{l}{R_\oplus+h} \ll 1$; ~~Тогда~~ $\frac{h}{R_\oplus} \ll 1$.

рис. 3

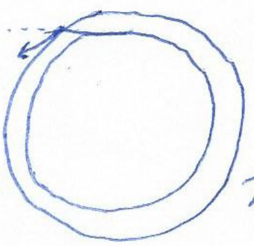


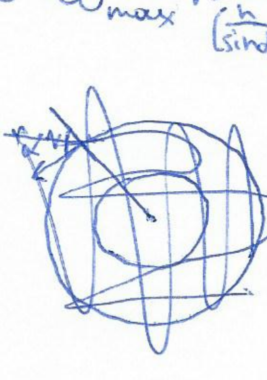
рис. 4

Так что $\frac{R_\oplus^2}{R_\oplus^2}\left(1 - \frac{2h}{R_\oplus}\right) \approx 1 - 2\frac{l}{R_\oplus+h}\sin\alpha$ ⇒

$$\Rightarrow \frac{2h}{R_\oplus} \approx \frac{2l\sin\alpha}{R_\oplus} \Rightarrow h \approx l\sin\alpha \Rightarrow l \approx \frac{h}{\sin\alpha}.$$

$$\omega = \omega_{max}\cdot\frac{\cos\alpha}{\left(\frac{h}{\sin\alpha}\right)/h} = \frac{\sin(2\alpha)}{2}\cdot\omega_{max}; \quad \omega = \frac{1}{2}\omega_{max} \Rightarrow \frac{\sin(2\alpha)}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} = 45°.$$



$l = \frac{h}{\sin\alpha} = \sqrt{2}\,h = 200км\cdot 1{,}41 = 282км$

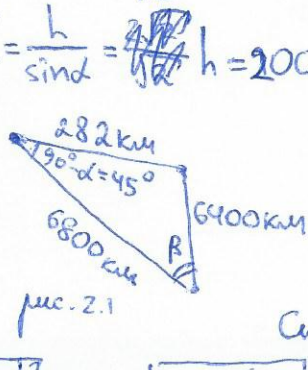


рис. 2.1

Т. син.: $\frac{R_\oplus}{\sin 45°} = \frac{282км}{\sin\beta}$; $\frac{R_\oplus}{\underset{=\cos\alpha}{\sin\alpha}} = \frac{h}{\sin\alpha\sin\beta}$ ⇒

$\Rightarrow \sin\beta = \frac{h}{R_\oplus} = \frac{200}{6400} = \frac{1}{32} \ll 1 \Rightarrow \frac{1}{32} \approx \beta$

Спутник успеет сделать $\left(\frac{1}{32}\right)/2\pi$ оборота.

Время: $\left[\left(\frac{1}{32}\right)/2\pi\right] T_{сп} = \frac{1}{32}\sqrt{\frac{(R_\oplus+h)^3}{GM_\oplus}} = \frac{1}{32}\cdot\sqrt{\frac{(6{,}8\cdot10^6)^3}{6{,}7\cdot10^{-11}\cdot 6\cdot10^{24}}} \approx \frac{1}{32}\sqrt{\frac{7^2\cdot10^{18}}{6\cdot10^{13}}}$ = (см след. стр.)

см

№1 (продолж)

$$\text{Время }(c) \approx \frac{7}{32}\sqrt{\frac{10^5}{6}} = \frac{700}{32}\sqrt{\frac{10}{6}} \approx \frac{700}{32}\left(1{,}4 - \frac{1}{3\cdot 2\cdot 1{,}4}\right) =$$

$1{,}+\frac{2}{3} \approx 2-\frac{1}{3}$

$$= \frac{700}{32}\left(\frac{7}{5} - \frac{1}{9}\right) = \frac{\cancel{700}\cdot\cancel{58}}{\cancel{32}\cdot\cancel{45}} \approx \frac{36\cdot 28}{4\cdot 9} \approx 28\,c$$

Ans: ≈0.5 мин (в одну сторону).

Если условие подразумевает пересечение Z в середине процесса, то ~1min.

Но по всей видимости, пересечение Z – начало процесса.

Так что Ans: ≈0.5 min.

№ 2

~~Спир. галакт. => ~MW; L~10^11 L☉~~

~~Отдельные~~ Спир. галакт. => ~ MW; $L \sim 10^{11} L_\odot$. ~~Считаем самые далёкие из увиденных~~

достаточно массивных

Отдельные звёзды - не обязательно все звёзды (все мы и в MW не увидим).

самые массивные

Возьмём самые яркие, около предела Эддингтона $L \sim 10^{3,5} \frac{L_\odot}{M_\odot} \cdot 10^{2,5} M_\odot = 10^6 L_\odot$.

~~Допустим, Мессье видел самые далёкие видимые галактики достаточно~~

Используя окуляр с оптимальным, равнозрачковым увеличением Мессье $\Gamma = \frac{D}{d_{зр}} = 10$ (при большем Г падает пов. яркость; при меньшем - не всё попадает в глаз), мы принять за точечные участки галактик размерами $\lesssim \left(\frac{1}{10}\right)'$, но задача оценочная и в современные телескопы мы смотрим не глазом, так что опустим этот эффект.

Итак, нам нужно разглядеть объекты в $\frac{10^{11}}{10^6} = 10^5$ раз тусклее галактики,

но наблюдаем мы в телескопы с $D \sim 10^{1,5}$ м вместо $D \sim 10^{-1}$ м => проницающая

приподняли с одной стороны (если исключать 40-м-телескоп),

приподняли с другой

способность возросла в $\left(\frac{10^{1,5}}{10^{-1}}\right) = 10^5$ раз (здесь тоже можно сказать, что мы наблюдаем не глазом, но мы снова это опустим)

Таким образом мы можем наблюдать звёзды в $\sim 10^{1,5} \cdot \frac{10^5}{10^5} = 10^{1,5}$ галакт.

галактик у Мессье

Ans: в ~$10^{1,5}$ галакт.

№3

Может, было проще? Не уж-то летает ещё?

$T_{R_\oplus} \approx \sqrt{2}\,h$ (известно) $\approx 60\,min\cdot 1{,}41 \approx 84{,}6\,min \approx 85\,min$

III ЗК: $a_{сп} = R_\oplus \cdot \sqrt[3]{\frac{134^2\,min}{85^2\,min}} \approx R_\oplus \sqrt[3]{\frac{27^2}{17^2}} = 9R_\oplus/\sqrt[3]{17^2} \approx \frac{9R_\oplus}{\sqrt[3]{(30\cdot 2)\cdot(2\cdot 2)}} = \frac{9R_\oplus}{2^2\sqrt[3]{4}} \approx \frac{9}{4\cdot\frac{3}{2}}R_\oplus = 1{,}5R_\oplus$

$134 \approx 135$

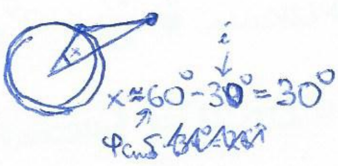
$\cancel{= \frac{9}{2}\frac{R_\oplus}{\sqrt[3]{15\cdot4\cdot7}} \approx \frac{9R_\oplus}{2\sqrt[3]{2^6\cdot 7}} = \frac{9}{8}\cdot\frac{R_\oplus}{\sqrt[3]{7}} \approx \frac{9\cdot 12}{8\cdot 23}\cdot\frac{R_\oplus}{1} = \frac{27}{46}R_\oplus \approx \frac{3}{5}R_\oplus}$ (см. ниже)

$\cancel{\sqrt[3]{7} \approx \sqrt[3]{8} - \frac{1}{3\sqrt[3]{8}} = 2 - \frac{1}{12} = \frac{23}{12}}$

$e \approx \frac{1}{5}$ $\qquad$ $i \approx 30^\circ$

$r_p = \frac{3}{2}R_\oplus\cdot\frac{4}{5} = \frac{6}{5}R_\oplus$

$r_a = \frac{3}{2}R_\oplus\cdot\frac{6}{5} = \frac{9}{5}R_\oplus$

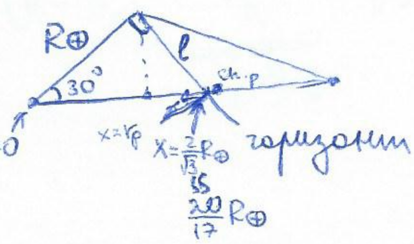


~~Нарисуем обе ситуации транспортиром и линейкой, но~~

равномерное солнечного света (в силу законов отражения).

A=1, зеркало => рассеяние на 4π, от фазы не зависит.

("Общеизвестный факт" (с))



$\frac{20}{17}R_\oplus\cdot\frac{5}{6R_\oplus} = \frac{20\cdot 5}{17\cdot 6} = \frac{51}{50}$ => спутник едва показался над горизонтом

$l \approx R_\oplus\cdot tg\,30^\circ \approx \frac{10}{17}R_\oplus$ $\quad tg\,30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

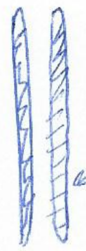
Но на горизонте велико поглощение. Путь в атмосфере $\approx \sqrt{(R_\oplus + h_{атм})^2 - R_\oplus^2} \approx$ ($h_{атм} \approx 8$ км)

$\approx \sqrt{2R_\oplus h_{атм}} = 4км\cdot\sqrt{80} = 40\cdot 8км$ => поглощение $= 0{,}2\frac{m}{8км}\cdot 40 = 8^m$ (0,2 — поглощ. атм.)

$\frac{10}{17}R_\oplus\cdot 10^{0{,}2\cdot 8} > \frac{100}{17}R_\oplus > 5R_\oplus < r_a$ => в афелии наблюдать спутник проще.

№4

$T_{гал} \approx T_{рел.изл.} \approx \frac{1}{100}(0^\circ C) \approx 2{,}7\,K$



← два АЧ слоя в-ва в гал.

$n_{поглощ} = n_{излуч}$.

Концентрация фотонов в галактике ~~[illegible]~~ с точностью до флуктуаций, достигающих своего максимума вблизи звёзд (которые мы можем не учитывать, ибо $\frac{V_{гал}}{V_{всех\ зв}} \gg \frac{T_\odot^3}{T_{рел.изл}^3}$)

$$\frac{V_{гал}}{V_{всех\ зв}} = \left(\frac{R_{гал}}{\sqrt[3]{N_{зв}}\cdot R_{зв}}\right)^{\!5}$$

всюду постоянна

и равна $20\,T^3_{рел.изл.} = \frac{20\cdot 27^3}{10^3} = \frac{27^3}{50} \approx \frac{\cancel{25}\cdot 29\cdot 27}{\cancel{50}_{\,2}} \approx \frac{30\cdot 26}{2} = 30\cdot 13 = 390\,(см^{-1}) \approx 4\cdot 10^2\,см^{-3} =$

$= 4\cdot 10^2\cdot 10^6\,м^{-3} =$ $\cancel{4\cdot 10^8}$ $4\cdot 10^8\cdot\left(\frac{3}{2}\cdot 10^{11}\right)^3 а.е.^{-3} = \frac{27}{2}\cdot 10^{8+33}\,а.е.^{-3} \approx 1{,}3\cdot 10^{42}\,а.е.^{-3} =$

$= 1{,}3\cdot 10^{42}\left(2\cdot 10^5\right)^3 \cancel{а}\,пк^{-3} = 10{,}4\cdot 10^{42+15}\,пк^{-3} \approx 1{,}0\cdot 10^{42+15+1}\,пк^{-3} = 1{,}0\cdot 10^{58}\,пк^{-3} =$

$= 1{,}0\cdot 10^{67}\,кпк^{-3} \Rightarrow N_{\substack{фотонов\\ в\,MW}} \overset{\cancel{\text{[illegible]}}}{\approx} \underbrace{\pi\cdot(15\,кпк)^2}_{\pi r^2}\cdot \underbrace{15\,кпк}_{h}\cdot 10^{67}\,\cancel{кпк^{-3}} \approx$

$\approx \frac{22}{\cancel{7}}\cdot\cancel{14}^{\,2}\cdot 16\cdot 15\cdot 10^{67} \approx 7{,}0\cdot 10^2\cdot 15\cdot 10^{67} \approx 1\cdot 10^2\cdot 10^{69} \approx 10^{71}$

Ans: ок. 10^{71} фотонов.

№5

$$\Delta V = I \ln\left(\frac{m+M}{m}\right) = 4500\,м/с \cdot \ln(7{,}4)$$

$$e^2 \approx 7{,}3$$

$$\Delta V \approx 4500\,м/с \cdot \left(2 + \frac{0{,}1}{7{,}3}\right) \approx 9{,}0 \cdot 10^3\,м/с$$

$$V_0 = \frac{2\pi \cdot \overset{R_{геост}}{42000\,км}}{24 \cdot 3600\,с} \approx \frac{2 \cdot 22 \cdot 4200}{7 \cdot 24 \cdot 36}\,км/с = \frac{110}{36}\,км/с \approx 3{,}0 \cdot 10^3\,м/с$$

$$\underset{(отн\,\oplus)}{V_{max}} = 1{,}2 \cdot 10^4\,м/с$$

$$\underset{отн\,\oplus}{V_{нач}} = \sqrt{V_{max}^2 - \left(V_2 \cdot \sqrt{\frac{R_\oplus}{R_{геост}}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{V_{max}^2 - V_2^2 \cdot \frac{R_\oplus}{R_{геост}}} = 1\,\frac{км}{с} \cdot \sqrt{12^2 - 11^2 \cdot \frac{6400}{42000}} \approx 1\,\frac{км}{с}\sqrt{12^2 - 11^2 \cdot \frac{15}{100}} \approx$$

$$\approx 12\,км/с\sqrt{1 - \frac{13}{100}} = 12\,км/с \cdot \sqrt{0{,}87} \approx 1{,}2\,\frac{км}{с} \cdot \left(9 + \frac{6}{2 \cdot 9}\right) =$$

$$= 1\,км/с \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{(9 \cdot 18 + 6)}{6 \cdot 3} = \frac{9 \cdot 6 + 2}{5}\,км/с = \frac{56}{5}\,км/с = \frac{112}{10}\,км/с = 11{,}2\,км/с$$

$$\underset{отн\,\oplus}{V_{касат\,\oplus}} + V_\oplus = 29{,}8\,км/с + 11{,}2\,км/с = 41\,км/с, \text{ но } \sqrt{2}\,V_\oplus = 42\,км/с$$

(т.е. $V_{2\odot}$ на 1 а.е. от $\odot$)

В пределах нашей точности можем сказать, что 41 км/с ≈ 42 км/с. Тогда вывод: при правильном стечении обстоятельств аппарат будет двигаться по почти параболической траектории отн. ⊙, если включит двигатель, когда его геоцентрическая и земная гелиоцентрическая скорости будут сонаправлены. При большом везении траектория-таки окажется гиперболой, однако предварительный расчёт низкой точности
крайне низкоэксцентричной
предсказывает высокоэксцентричный эллипс.

Ответ: вероятнее всего, нет.