Хим-22
11 класс

№1

По всей видимости, фазовый угол ~~подразумевает~~ задаёт-таки фазу во вращении астероида вокруг своей оси, а не φ в привычном понимании в сочетании с контекстом "наблюдений" (т.е. не тот, для которого $f = \cos^2\frac{\varphi}{2}$).

1) Случай равномерного ~~дв~~ вращения: $\varphi = \omega t$ (~~mod~~ mod $360°$)

Общий случай: $\dot{\varphi} = \omega(t)$.

2) В первом приближении, разумеется, $\omega(t)$ есть лин. функция от t, т.е. $\omega_0 + \dot{\omega}t$.

Тогда $\varphi = \int_0^t (\omega_0 + \dot{\omega}t)\,dt = \underbrace{\omega_0 t}_{\text{модель равномерного вращ.}} + \dot{\omega}t^2/2$ ← поправка

Данный вид ($\dot{\omega}t^2/2$) поправка может иметь на графике не только в случае действительно линейной зависимости $\omega(t)$, но и в случае, если на проявление её нелинейности должно уйти значительно большее время, чем нам предложено. Поэтому стоит ожидать, что предложенная нам зависимость близка к параболической и посмотреть, имеем ли мы возможность заметить, что это не так.

3) Итак, на 27.07.2001 поправка по определению её $=0$.

Приведём далее снятую зависимость поправки от t (значение в мм — снято с графика линейкой, 250°-ам соответствует длина 6,9 см, т.е. ~1,4 см — на 50°). Поправку обознач. за $\Delta\varphi$.

год	$\Delta\varphi$, мм	Зависимость великолепно	$\Delta\varphi_2^\circ$
2001	0	ложится на 4 мм $\cdot\left(\frac{t}{\text{год}}\right)^2 \Rightarrow$	0
2002	4	$\Rightarrow$ мы не сможем отследить	$\frac{4}{14}\cdot 50^\circ = 14^\circ$
2003	16	проявление нелинейности	$\frac{16}{14}\cdot 50^\circ = 56^\circ$
2004	36	$\omega(t)$ на данном участке.	126°
2005	64		$\frac{64}{14}\cdot 50^\circ = 225^\circ$ $14{,}5 \cdot (1+\frac{1}{63}) \approx 229^\circ$

Большинство эксп. точек в данной области стоит около $\Delta\varphi = 61$ мм, однако, легко увидеть на графике, что положение точек ок. 2005 г. отстоит по оси абсцисс на меньшее расстояние от 2004, чем 22 мм, разделяющие 2001 и 2002, 2002 и 2003, 2003 и 2004. С целью сохранить равные временные промежутки, ~~проведём касат. к графику в области ок. то~~ возьмём значение на графике в его крайней правой т., удалённой от т. "2001" на 4×22 мм = 88 мм или 1500 сут. Там $\Delta\varphi = 64$ мм.

$\Delta\varphi^\circ_i = \underset{(\text{в мм})}{\Delta\varphi} \cdot \frac{50^\circ}{1{,}4} \approx \Delta\varphi(\text{мм}) \cdot 3{,}5^\circ$

4) Последняя точка: $t = 1500$ сут, $\Delta\varphi = 229^\circ = \frac{\dot{\omega}}{2}t^2 \Rightarrow \frac{\dot{\omega}}{2} \approx \frac{230^\circ}{1500^2\,\text{сут}^2} = \frac{23^\circ}{225\cdot 1000\,\text{сут}^2} \approx \frac{1}{10}\cdot(1+\underset{\sim\frac{1}{50}}{\frac{1}{46}})\cdot 10^{-3}\,°/\text{сут}^2 \approx$

$\approx 1{,}02\cdot 10^{-4}\,°/\text{сут}^2 \approx 1{,}0\cdot 10^{-4}\,°/\text{сут}$

№1 (продолжение)

Итак, вид зависимости – квадратический (на том участке, который нам предложен). Реальная зависимость $\omega(t)$ явно не является линейно возрастающей, т.к. нет механизма, способного обеспечить астероиду $\omega \to \infty$. Следовательно, предложенный нами вид является лишь приближением. Однако, характерное время (время замедления, ~~или~~ период (если $\omega(t)$ – периодическая) и т.п.) $\gg$ ~~времени всего~~ 4 лет, т.е. того временного промежутка, который был предложен нам.

(т.е. $\dot{\omega} = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ °/сут^2$)

$\varphi = \omega_0 t + \frac{\dot{\omega}}{2} t^2$, где $\frac{\dot{\omega}}{2} = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\ °/сут^2$ на период 2001-2005гг и ω_0 – угловая скорость вращения астероида на 27.07.2001.

Найти ω_0 из данной зависимости не видится возможным, т.к. $\forall \omega_0 \to (\omega_0 t + \frac{\dot{\omega}}{2} t^2) - \omega_0 t$, т.е. поправка, имеет вид, совпадающий с предложенным.

Для начала, рассмотрим ~~наиболее вероятную~~ ситуацию, в которой астероид можно считать ~~просто~~ закрытой механической системой.

В таком случае ЗСМИ $\Rightarrow$ $I\omega = const \Rightarrow \dot{I}\omega + I\dot{\omega} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{I}}{I} = -\frac{\dot{\omega}}{\omega}$; т.е. при $\omega \uparrow$ происходит $I \downarrow$. При сохранении массы такое возможно только при уменьшении характерных размеров или перераспределении плотности к центру. Из приходящих в голову вариантов: астероид удаляется от ☉, остывает и уплотняется, но тогда период наблюдений $\ll T_{орб}$ (чтобы не было видно ~~существенных~~ укладывающих изменений $\omega(t)$), а на больших расстояниях изменения температуры от расстояния до ☉ $\to 0$. Вариант с переходом атмосферы из газообр. сост. в твёрдое отпадает потому же и потому как у астероидов не должно быть атм.

Модели без сохранения МИ (астероид – открытая система):

1) Падение в-ва на поверхность не подходит, т.к. это либо примерно постоянный (да ещё и крайне рывковый, медлительный) процесс, с примерно равновероятными как положит., так и отриц. прибавками $\vec{J}$ (столкновения в зонах повышенной конц. астероидов), либо процесс с убыванием кол-ва материала и заметной $\dot{\omega}(t) < 0$ (например оседание осколков на поверхность наиболее массивного тела после столкновения астероидов).

2) Приливное влияние, скорее всего, ☉ на околосолнечный астероид с $T_{сут} < T_{орб}$ – Солнце устремляет астероид к синхронизованному сост. с $T_{сут} = T_{орб}$. Это действительно медлительный процесс, для которого естественно иметь постоянную на длительном промежутке $\dot{\omega}$. Этот вариант может отпасть сразу после выяснения большой полуоси орбиты астероида, но сейчас он кажется вполне разумным).

(а должна быть $\ll a_{⊕}$)

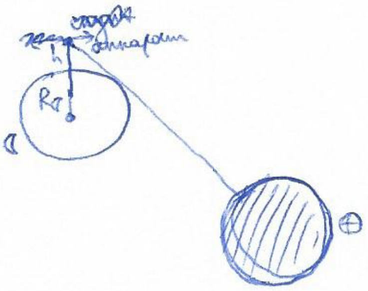
P.S. Все модели в разной мере всё-таки имеют место в жизни. (Кроме атмосферы астероида, пожалуй).

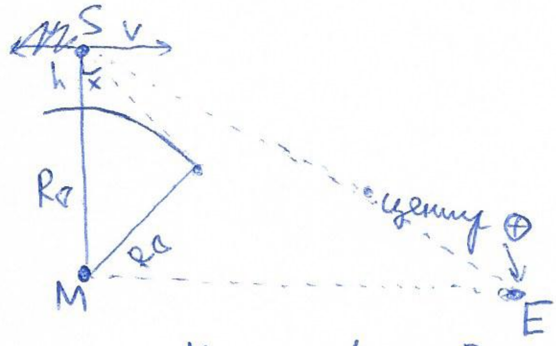
Из прочих моделей – прецессия оси астероида неправильной формы, меняющая I и, следовательно, при $\vec{J} = const$ – угловую скорость. Но у подобного [illegible] период $\gg$ 4 лет.

№2

$t_{\text{всех снимков}} \ll T_{орб\,☾} = T_{сидер.\,☾} \Rightarrow \omega_{спут} \gg \omega_{орб.\,☾}$ — его ($\omega_{орб.\,☾}$) пренебрегаем

$\wedge$ $\frac{360^\circ}{d^\circ_\oplus}$ ↑ примерный период аппарата





(·)S — аппарат; (·)M — центр Луны, (·)E — центр ⊕.

x = const (угол между направлением в надир и горизонтом), т.к. h = const по усл.

Судя по практически отсутствующему горизонтальному смещению ⊕ отн лунного рельефа при заметном вертикальном, делаем вывод, что $\vec{v}$ аппарата направлена почти точно в ⊕ (скорее, лежит почти в плоскости MSE и направлена к ⊕). ☾ выглядит плоской $\Rightarrow h \ll R_☾$ и, стало быть, $R_☾ + h \approx R_☾ \ll a_☾ \Rightarrow \angle SME + \underset{const}{\angle MSE} \approx 180^\circ$ при любых истинных аномалиях объекта. Тогда $|\angle MSE - x| = |\angle SME| = \omega_{орб.\,аппарата}$.

Т.е. скорость подъёма ⊕ над видимым горизонтом для аппарата $(\omega_\oplus) = \omega_{орб.\,аппарата}$

$$\omega_S = \omega_\oplus = \omega_{верхнего\,края\,\oplus} = \frac{h_{\oplus\,5\,сним} - h_{\oplus\,1\,сним}}{4 \cdot t_{между\,сним}} = \underbrace{\frac{18\,мм - 4\,мм}{4 \cdot 8\,с}}_{высоты,\ снятые\ с\ фото} \Bigg/ \frac{\overbrace{17\,мм}^{диаметр\ \oplus\ на\ фото\ (\ell\ между\ концами\ терминатора\ \oplus)}}{d^\circ_\oplus} = 2^\circ \cdot \frac{14\,мм}{17\,мм} \Big/ (4 \cdot 8)\,с =$$

$$d^\circ_\oplus = d^\circ_☾ \cdot \frac{D_\oplus}{D_☾} = 2^\circ \leftarrow 0{,}5^\circ \cdot 4 \quad (на\ \oplus)$$

$$= \frac{\cancel{7}^\circ}{17 \cdot 8\,с \cdot \underset{\sim 8}{\cancel{57}}{}^\circ/рад} \text{(теперь в радианах)} = \frac{1\,рад}{\underset{16(1+\frac{1}{16})}{17} \cdot 64\,с} \approx \frac{1}{1{,}1 \cdot 10^3\,с} \approx 0{,}9 \cdot 10^{-3}\,с^{-1}$$

$$\omega_S = 0{,}9 \cdot 10^{-3}\,с^{-1} = \sqrt{\frac{GM_☾}{a_s^3}} \Rightarrow a_s^3 = \frac{GM_\oplus}{81} \cdot (1{,}1 \cdot 10^3\,с)^2 = \frac{\frac{2}{3} \cdot 10^{-10} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{81} \cdot \frac{6}{5} \cdot 10^6\,м^3 =$$

$$= \frac{2^4}{27} \cdot 10^{(5+24-10)}\,м^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 2 \cdot 10^{19}\,м^3 = \left(\frac{2}{3} \cdot 10^6\right)^3 м^3 \cdot \underset{=27 \cdot (1 - \frac{7}{27}) = 27 \cdot (1 - 3 \cdot \frac{7}{27 \cdot 3})}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_s \approx 2 \cdot 10^6\,м \cdot \left(1 - \frac{7}{81}\right) \approx 2 \cdot 10^6\,м - \frac{14}{81} \cdot 10^6\,м \approx 10^6\,м \cdot (2 - 0{,}17) = 1830\,км$$

$R_☾ = \frac{1}{4} R_\oplus = \frac{6400}{4} = 1600\,км \Rightarrow h = 230\,км$

(Вообще говоря, $R_☾ \approx 1730$ км и $h = 100$ км, но на суть метода это не влияет. У разностей близких величин всегда была большая отн. погрешность. В ответ вношу h, полученную из приближения, предложенного автором ($D_☾ = \frac{1}{4} D_\oplus$), но имею в виду его отхождение от реального значения.

Ответ: ~~230~~ $2 \cdot 10^2$ км.