1 стр.

Каз-9

Задание №1

$T = 3,9$ (лет)

$\Delta m = 2,5^m$

$e - ?$

Решение:

По 3 з-ну Кеплера:

б. полуось астероида

1.) $a = T^{2/3} = \sqrt[3]{3,9^2} \approx \sqrt[3]{15} \approx \boxed{2,5\ (ае)}$

Определим по изм. зв. вел. изм. расстояния: (отношение расстояний)

$\Delta E = 10^{0,4\Delta m} = 10$ (раз).

по закону обратных квадратов:

$\Delta r = \sqrt{\Delta E} \approx 3,3$ (раз)

Расстояние между землей и астероидом в момент перицентра и апоцентра астероида:

Из условия следует, что орбита астероида полностью внешняя, т.к. „в моменты каждого противостояния".

Иначе бы получился бред!

Тогда:

$r_1 = a(1-e) - a_\oplus$ – в перицентре

$r_2 = a(1+e) - a_\oplus$ – в апоцентре

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{a(1+e) - a_\oplus}{a(1-e) - a_\oplus} = 3,3$$

$$\cancel{a} + ae - \cancel{a_\oplus} = \overset{2,3}{\cancel{3,3}}a - \overset{4,3}{\cancel{3,3}}ae - \overset{2,3}{\cancel{3,3}}a_\oplus$$

$$0 = 2,3(a - a_\oplus) - 4,3ae \Rightarrow e = \frac{2,3}{4,3}\cdot\left(1 - \frac{a_\oplus}{a}\right)$$

$$e = \frac{2,3}{4,3}\cdot(1 - 0,4) = \frac{2,3\cdot 0,6}{4,3} \approx \frac{14}{43} \approx \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{e \approx 0,3}$$

Ответ: $\boxed{e = 0,3}$

Задание № 2

$\nu_{ср} = 2{,}5 \cdot 10^3$ (Гц)

$L - ?$

Решение:

Определим период колебаний:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^3} = 0{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ (с)}.$$

С таким же периодом изменяется давление.
То есть характерное время пролета АМС через эту область будет $\boxed{t = T}$

Теперь нужно найти скорость АМС.
Я помню, что на какой-то олимпиаде нужно было посчитать расст. от Солнца до В-1, оно получалось порядка 100 (ае) $= r$

АМС движется радиально от Солнца с параболической скоростью.

$$V = \frac{V_{\oplus} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{\frac{r}{r_{\oplus}}}} = \frac{V_{\oplus} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{100}} = 30 (км/с) \cdot \frac{\sqrt{2}}{10} \approx \frac{1{,}4 \cdot 30}{10} \approx$$

$$\approx 4{,}2 \approx \boxed{4 \text{ (км/с)}}$$

$V \approx 4$ (км/с)

Тогда размер области:

$$L \approx Vt = 4\cancel{000} \cdot 0{,}4 \cdot \cancel{10}^{-3} = 1{,}6 \text{ (м)}.$$

т.е. размер области порядка метра.

Задание № 4. стр-3 КАЗ – 9

$r = 0,5$ (ае)

$T = 0,25$ (лет)

$S_1 = 1$ ($м^2$)

$S_2 = 2$ ($м^2$)

$\eta = 0,3$

$\dot{M}_0 = -10^{-14}$ (M/год) – в виде звездного ветра.

$V = 400$ (км/с) $= 4 \cdot 10^5$ (м/с)

$\frac{E_2}{E_1}$ – ?

Решение:

Найдем массу звезды: (разм: год, ае, $M_\odot$)

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{1}{m} \Rightarrow m = \frac{r^3}{T^2} = \frac{0,5^3}{0,25^2}$$

$$m = \frac{0,5^3}{0,5^4} \Rightarrow \boxed{2M_\odot = m}$$

Т.к. звезда на ГП, для нее работает соотношение:

$$\frac{L_*}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4 \Rightarrow L = L_\odot \cdot 2^4 = 16 L_\odot$$

Определим энергию, запасаемую батареями:

Освещенность, созд. на орбите корабля:

$$I_2 = \frac{L}{4\pi r^2}$$

энергия батарей:

$$E_2 = I_2 \cdot S_2 \cdot \eta = \frac{L}{4\pi r^2} \cdot S_2 \cdot \eta = \frac{16 L_\odot}{4\pi r^2} \cdot S_2 \cdot \eta$$

$$E_2 = \frac{4 L_\odot S_2 \eta}{\pi r^2}$$

! я сравниваю кол-во получ. энергии в секунду.

Теперь найдем $E_1 = E_к$ зв. ветра

$$u_0 = 10^{-14} \text{ (M/год)} \leftarrow \boxed{\text{масса звезды.}}$$

Переведем в [M/c]

Вспомним, что в 1 году $\boxed{\pi \cdot 10^7 \text{ секунд.}}$

~~иліш~~ $m = u_0 \cdot \frac{1}{\pi \cdot 10^7} = \frac{10^{-21}}{\pi}$ (M/c).

$$m = \frac{10^{-21}}{\pi} \text{ (M/c)}.$$

Зв. ветер распр. также изотропно. Т.е. на сферу, равную $S_0 = 4\pi r^2$, приходится общая масса m.

Тогда приемник зафиксирует массу зв. ветра:

$$m_0 = m \cdot \frac{S_1}{4\pi r^2}$$

$$E_1 = \frac{m_0 V^2}{2} = \frac{S_1}{4\pi r^2} \cdot \frac{M \cdot 10^{-21}}{\pi} \cdot \frac{V^2}{2}.$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{4L_\odot S_2 \eta}{\cancel{\pi r^2}} \cdot \frac{\cancel{4\pi r^2} \cdot \pi \cdot 2}{M \cdot V^2 \cdot 10^{-21}} = \frac{32 L_\odot}{MV^2 \cdot 10^{-21}} \cdot \frac{S_2}{S_1} \cdot \eta \cdot \pi$$

$$\boxed{\frac{E_2}{E_1} = \frac{L_\odot}{MV^2} \cdot \frac{S_2}{S_1} \cdot \eta \cdot \pi \cdot 3{,}2 \cdot 10^{22}}$$

$L_\odot = 4 \cdot 10^{26}$ (Вт)

$M = 2M_\odot = 4 \cdot 10^{30}$ (кг).

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{4 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 10^{30}} \cdot 2 \cdot \frac{0{,}3 \cdot \pi \cdot 3{,}2 \cdot 10^{22}}{(4 \cdot 10^5)^2}$$

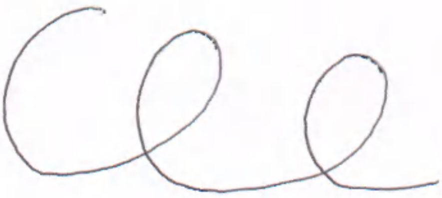
$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\cancel{4}\cdot 10^{26}}{\cancel{4}\cdot 10^{30}} \cdot \frac{2\cdot \overbrace{0{,}3\cdot\pi}^{\simeq 1}\cdot 3{,}2\cdot 10^{22}}{(4\cdot 10^5)^2}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{2\cdot 3{,}2\cdot \cancel{10^{22}}^{10^{12}}}{10^4\cdot 16\cdot \cancel{10^{10}}} = \frac{2\cdot \cancel{3{,}2}^{2}\cdot 10^{12}}{10^5\cdot \cancel{1{,}6}} = 4\cdot 10^7 \text{ (раз)}$$

$\boxed{\text{Ответ:}}$ $\boxed{4\cdot 10^7} \simeq 10^7$ (раз) – по порядку.

Задание №3.

Она не имеет пересечений из-за большой скорости Земли по орбите. Если бы $V_\oplus$ было небольшой, орбита Луны в с.о. Солнца была бы такая:



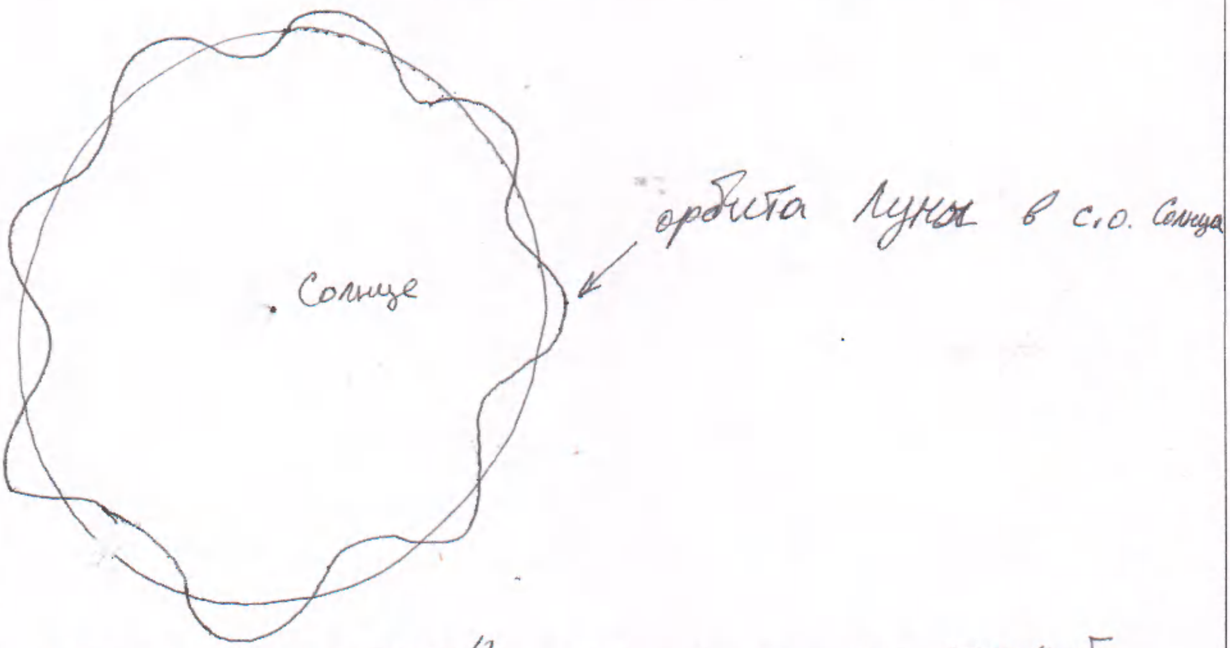
(без учета искривления за счет тракт. Земли.

Рассмотрим момент „узла" в такой орбите, когда тело идет попятно.
Это может произойти, когда проекция скорости спутника на ось, сонаправл. со скоростью планеты, больше, чем скорость самой планеты.
Скорость Луны по орбите $V_л \simeq 1$ (км/с) – почти из-за скорости движ. тени во время солн. затм.
$V_\oplus = 30$ (км/с).
Очевидно, условие выше не выполняется. Значит, „попятного движения" не будет.
Вообще, эта ~~орбита~~ траектория получается в результате векторной суммы скорости Луны и Земли: по орбите

$$\vec{u} = \vec{V_л} + \vec{V_\oplus}$$

~~Качественно~~ КАЗ-9

Качественно орбита будет выглядеть так:



Орбита „выпуклая наружу", как я понял, значит, что орбита будет похожа на синусоиду.

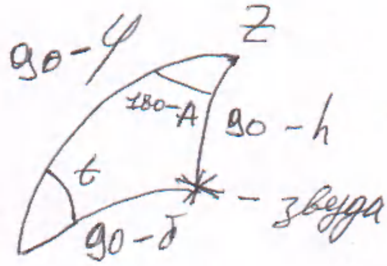
~~Она~~ Орбита будет выпуклой, т.к. в любой мом. времени скор. Луны в с.о Земли меньше скорости Земли в с.о. Солнца. Если бы они были равны, было бы такое:

Поэтому, т.к. $V_л < V_\oplus$, будет синусоида (как на рис.) выше и ниже.

Задание №5 стр-7 каз-9.

$A_{зах} = 160^\circ$

Выведем формулу для $A_{зах}$:



по ~~АП~~ т. cos:

$$\sin(\delta) = \overbrace{\cancel{\sin(\varphi)\sin(h)}}^{\to 0} - \cos(\varphi)\cos(h)\cos(A)$$

$$\sin(\delta) = -\cos(\varphi)\cos(A_{зах})$$

$$\boxed{\cos(A_{зах}) = -\frac{\sin(\delta)}{\cos(\varphi)}}$$

$$\sin(\delta_2) = -\cos(60)\cos(160)$$

$$\sin(\delta_2) = -\frac{1}{2}\cos(90+70)$$

$\#\ \cos(90+70) = -\sin(70^\circ) = = -\cos(20^\circ)$

$$\sin(\delta_2) = +\frac{1}{2}\cos(20^\circ)$$

$\cos(20) \approx 1 - \frac{(20/57)^2}{2} \approx \approx 1 - \frac{1}{18}$

$$\sin(\delta_2) = \frac{1}{2}\cdot\frac{17}{18} = \frac{17}{36} \approx 0{,}5$$

$$\boxed{\delta_2 \approx 30^\circ}$$

между звездами не помещаются 4 сжатых пальца.

~~[illegible]~~ Измерив линейкой свою руку, получаю ширину

~~[illegible]~~ ≈ 7 (см)

Длина руки $\approx 0{,}5$ (м)

Тогда угл расст между звездами:

$$\gamma < \frac{0{,}07}{0{,}5} = \frac{7}{50} \text{ рад} \Rightarrow \gamma < \frac{7}{50}\cdot 57{,}6 = \frac{7\cdot 50}{50} + \frac{7\cdot 7}{50}$$

$$\gamma < (7+1)^\circ \Rightarrow \boxed{\gamma < 8^\circ}$$

угловое расст. маленькое, поэтому мы можем записать:

$$\sqrt{(\alpha_1-\alpha_2)^2+(\delta_1-\delta_2)^2} < 8^0$$

Перевод из экваториальных координат в эклиптические:

$$\sin(\beta) = \sin(\delta)\cos(\varepsilon) - \cos(\delta)\sin(\alpha)\sin(\varepsilon)$$

из т. Пифагора (чуть выше) следует, что:

$$|\alpha_1-\alpha_2| < 8^0$$
$$|\delta_1-\delta_2| < 8^0$$

Найдем экл. широту 2-й звезды:

$$\sin(\beta_2) = \sin(30)\cos(23{,}5) - \cos(30)\sin(\alpha)\sin(\overset{23,5}{\varepsilon})$$

$$\sin(\beta_2) = 0{,}5\cdot 1{,}2 - 0{,}7\cdot\sin(\alpha_2)\cdot\frac{1}{3}$$

$$\sin(\beta_2) = 0{,}6 - 0{,}2\cdot\sin(\alpha_2)$$

~~если~~ допустим, что $\alpha_1=\alpha_2$.

Тогда:

$\cancel{\sin(\beta_2) = 0{,}8}$

$$\sin(10^\circ) = \sin(\delta_1)\cos(\varepsilon) - \cos(\delta_1)\sin(\alpha_1)\sin(\varepsilon)$$

$$0{,}6 - \frac{\sin\delta_1\cos\varepsilon - \sin(10^\circ)}{\cos(\delta_1)\cdot\sin(\varepsilon)}\cdot 0{,}2 = \sin(\beta_2)$$