Задача 1) 1. Найдем линейную скорость спутника $v =$

$$= \sqrt{\frac{GM_\oplus}{R_\oplus + h}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{26}}{(6370+200)\cdot10^{3}}}\ \text{м/с} = 10^{3}\cdot\sqrt{\frac{6{,}67\cdot5{,}97}{6570}}\ \text{км/с} =$$

$$= 10^{2}\cdot\sqrt{0{,}501}\ \text{км/с} = 50\cdot\sqrt{2}\ \text{км/с} =$$

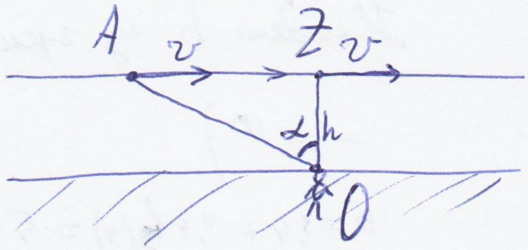
$$= 7{,}07\ \text{км/с}.$$

$\times\ 6{,}67$
$5{,}97$
4669
$+\ 6003$
3335
$33{,}8199\ |\ 65{,}7$
$-\ 3285\ |\ 0{,}501$
$-\ 969$
657
3129

2. v много больше скорости любой точки Земли, поэтому ответ слабо зависит от широты места наблюдения и наклонения орбиты спутника.

$\times\ 1{,}414$
50
$70{,}700$

3. $]\ \omega_{max} \equiv \frac{v}{h}$.



$\omega(\angle) = \omega_{max}\cos\angle$ (см. рис)

$\measuredangle\ \omega(\angle) = \frac{\omega_{max}}{2} = \omega_{max}\cos\angle$

$\angle = 60^\circ$.

Т.к. высота орбиты $h \ll R_\oplus$, используем приближение плоской Земли. (см. рис.) Выше показано, что наблюдаемая угловая скорость спутника становится $\frac{1}{2}$ от максимальной на зенитном расстоянии 60°.

4. Искомое $t = \frac{2(AZ)}{v} = \frac{2h\sqrt{3}}{7{,}07\ (\text{км/с})} = \frac{400\sqrt{3}}{7{,}07}$ с $=$

$$= \frac{20\sqrt{3}}{7{,}07\cdot3}\ \text{мин} = \frac{20}{7{,}07\sqrt{3}}\ \text{мин} = 1{,}64\ \text{мин}.$$

$20\ |\ 7{,}07$
$-\ 1414\ |\ 2{,}83\ |\ 1{,}73$
$5860\ |\ 1{,}73\ |\ 1{,}64$
$5656\ |\ 1{,}100$
$2040\ |\ 1038$
620

Ответ: 1,6 мин.

Задача 2) 1. Найдем предельную звездную величину телескопа Мессье:

$$m = 6 + 5\lg\frac{60\text{ мм}}{6\text{ мм}} = 11^m.$$ (ясное дело, Мессье наблюдал глазом)

2. Так как галактика – протяженный объект, его наблюдаемость зависит не от его интегральной яркости, а от поверхностной яркости, которая не ~~зав~~ зависит от расстояния до объекта.

С другой стороны, человек замечает не саму поверхностную яркость, а ее градиент. Назовем его g.

$$g \simeq 3\frac{b}{\rho}$$

пов-ная яркость

угловой радиус галактики.

g при приближении к ядру становится больше.

Найдем b из г-ки Андромеды $\left(m = 3{,}4,\ R = 770\text{ кпк},\ S = 0{,}5' \times 1{,}5' \cdot \pi\right) = 4'^{\square}$)

$$b = 3{,}4 + 2{,}5\lg(4) = 5\ ^m/_{\square'}$$

3) $$\rho \simeq \frac{30\text{ кпк}}{R} \longrightarrow g \simeq \frac{3 \cdot 5 \cdot R\,[\text{Мпк}]}{0{,}030}\ ^m/_{\square' \cdot \text{рад}} = 500\ R\,[\text{Мпк}]\ ^m/_{\square' \cdot \text{рад}}$$

расст-е до г-ки.

Хм... g растет с ростом R. Жаль.

Чтобы хоть как-то решить задачу, предположим, что интегральная яркость важна, и Мессье осмотрел полнеба, и ему были бы доступны 60 галактик, съезди он на юг.

$\exists\ M_{гал.} = -21$

$M_{зв} = -5$ — яркая звезда в галактике.

$m_t = 20$ — предельная зв. вел. современных телескопов.

$$N = 3{,}96^{(m_t - 11) + (5-21)} = 3{,}96^{9-16} = 0.$$

Ответ: только в одной — в Млечном Пути.

Задача 3) 1. Найдем большую полуось орбиты спутника:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi}{GM_\oplus}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{GM_\oplus T^2}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 5{,}97\cdot(134\cdot 6)^2}{4\cdot 3{,}14}} \approx \cdot 10^6 \text{ м} =$$

$$\cancel{\approx 10^3 \sqrt[3]{\frac{8\cdot 3\cdot 800^2}{4}} \text{ км} = 10^4\sqrt[3]{1920} \text{ км} = 1{,}25\cdot 10^4 \text{ км} = 12{,}5\cdot 10^3 \text{ км} \approx 2R_\oplus}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{33{,}82\cdot 804^2}{12{,}6}}\cdot 10^3 \text{ км} = \sqrt[3]{2{,}68\cdot 640}\cdot 10^4 \text{ км} =$$

$$= \sqrt[3]{1720}\cdot 10^4 \text{ км} = 12\cdot 10^3 \text{ км}.$$

33,82 | 12,6
252 | 2,7(-2)
862
882
-200

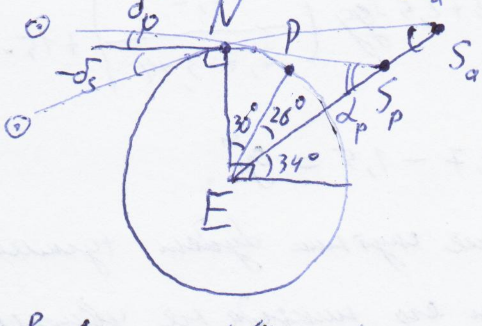
×2,68
640
1073
1608
1715,30

2. Наверное, это задача на затмения от О.С. Угольникова.

В этом предположении, предположим также, что наблюдения проводятся в солнечную полночь, когда спутник в наиболее северной точке орбиты.

$ES_a = (1+e)a = 14\cdot 10^3$ км

$ES_p = 2a - ES_a = 10\cdot 10^3$ км.



Чтобы спутник был видимым, необходимо, чтобы Земля не закрывала его от Солнца.

Из т. синусов, $\sin\alpha = \frac{R\sin(56^\circ)}{S} \approx \frac{R}{S}\left(\underset{0{,}86}{\sin(60^\circ)} - \frac{4^\circ}{57^\circ}\cdot\cos(60^\circ)\right) =$

$= \frac{R}{S}(0{,}86 - 0{,}03) = 0{,}83\frac{R}{S}$

$\sin\alpha_a = \cancel{0{,}83\cdot 6370}$ $\quad 0{,}83\cdot\frac{6{,}4}{14} = 0{,}38 \approx \alpha_a - \frac{\alpha_a^3}{6}$

$\sin\alpha_p = 0{,}83\cdot\frac{6{,}4}{10} = 0{,}53 \approx 0{,}5 + \cos(30)\cdot(\alpha_p[\text{рад}] - 30^\circ[\text{рад}])$

$\alpha_a = 0{,}40 \text{ рад} = 24^\circ$

$\alpha_p = 32^\circ$

$\delta_p = \alpha_p - 34^\circ = -2^\circ$

$\delta_a = \alpha_a - 34^\circ = -10^\circ$

×6,4
0,83
192
512
5312 | 14
42 | 0,38
111
112
-1

Задача 3 — продолжение

Итак, мы получили ограничения на сезон наблюдений: спутник в перигее можно наблюдать, когда $\delta_\odot > -2^\circ$, т.е. в течение летней половины года.

Когда спутник в апогее, его можно наблюдать, когда $\delta_\odot > -10^\circ$, т.е. значительно дольше (нельзя только совсем зимой).

Отсюда сделаем вывод, что наблюдать спутник удобнее в апогее.

Скажем что-нибудь про яркость. $\frac{E_p}{E_{pa}} \approx \left(\frac{8}{4}\right)^2 \cdot \frac{f_p}{f_a} \approx 4$, т.к. f фаза меняется слабо.

отношение расстояний

т.е., в перигее спутник ~~ярче на 1,5~~ $1{,}5^m$ ярче себя в апогее.

Попробуем увидеть спутник в ~~перигее~~ апогее глазом. расстояние до спутника $r \approx 7 \cdot 10^3$ км.

на спутник падает и отражается $1360 \cdot \pi \cdot 0{,}16^2$ Вт $= 1{,}36\pi \cdot 25{,}6 =$

$= 111$ Вт.

$$m = -26{,}8 + 2{,}5 \log\left(\frac{\cancel{111}^{\,2{,}2}}{1360 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot \cancel{49} \cdot 10^{12}}\right) =$$

$$= -26{,}8 + 2{,}5 \log\left(\frac{2{,}2}{2{,}7 \cdot 3{,}14}\right) + 15 \cdot 2{,}5 =$$

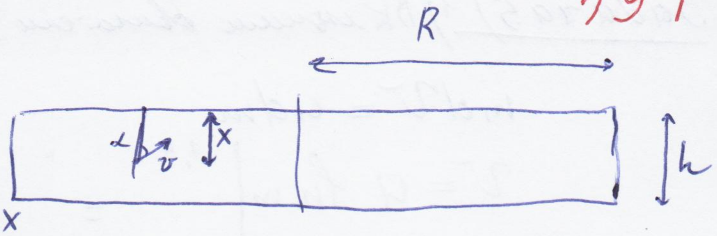
$$\approx 10{,}7 - 1{,}5 = 9^m.$$

$$\begin{array}{r} \times\ 3{,}14 \\ 1{,}36 \\ \hline 2484 \\ +\ 942 \\ 314 \\ \hline 4{,}3304 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 25{,}6 \\ 4{,}33 \\ \hline 768 \\ +\ 768 \\ 1024 \\ \hline 110{,}848 \end{array}$$

В перигее спутник будет тусклее 7^m, значит, глазом его никогда не увидеть.

По итогам всего вышенаписанного, я бы сказал, что наблюдать спутник летом лучше в перигее, а зимой ~~(в той части зимы, когда он~~ в апогее.

Задача 4) # фотон в Галактике.



1) ~~Найдем~~ Оценим среднее время вылета фотона из нее.

$$\langle t\rangle = \left\langle \frac{x}{c\cdot\cos\alpha}\right\rangle = \frac{1}{c}\,\frac{\int_0^h\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}-\frac{1}{30}} \frac{x}{\cos\alpha}\,d\alpha\right)dx}{\pi h} =$$

$$= \frac{1}{\pi c h}\int_0^h x\cdot\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)\Bigg|_{\sin 0}^{\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{30})} dx = \frac{1}{2\pi c h}\ln\left(\frac{2}{\frac{(1/30)^2}{2}}\right)\int_0^h x\,dx \approx \frac{h}{4\pi c}\ln\left(\overbrace{\cancel{75}}^{4\cdot 30^2}\right) \approx \cancel{\frac{3{,}5\,h}{4\pi c}} =$$

$$= \cancel{\frac{3{,}5\cdot 4\cdot h \sim 4\ \text{св. года}}{12\cdot 1\ \text{лет}}} =$$

$$= \frac{h}{12c}\ln(3600) = \frac{9h}{12c} = 0{,}8\,\frac{h}{c} = 0{,}8\cdot 4\ \text{года} = 3\ \text{года}.$$

Я выбрал в качестве верхнего предела по α $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{30}$, т.к. $\frac{h}{R}=\frac{1}{30}$, а после этого фотон выйдет с ребра.

2) $M_{MW} = -21 \Rightarrow L_{MW} = 10^{\frac{4{,}7+21}{2{,}5}} L_\odot \approx 10^{10} L_\odot = 4\cdot 10^{36}$ Вт.

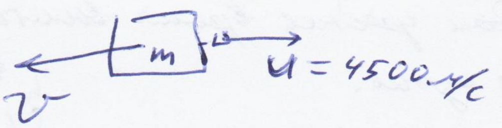
3) $\exists$ средний фотон в Галактике, имеет $\lambda =$ ~~1 мкм~~ 0,5 мкм.

$$e = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{2\pi\cdot 1{,}054\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{5\cdot 10^{-5}} = 4\cdot 10^{-31}\ \text{Дж}.$$

4) Искомое $N = \frac{L}{\langle e\rangle}\cdot\langle t\rangle = \frac{4\cdot 10^{36}}{4\cdot 10^{-31}}\cdot 3\cdot(\underbrace{\pi\cdot 10^{7}}_{\text{это год}}) = 3\pi\cdot 10^{36+31+7} = 10^{75}$.

<u>Ответ</u>: 10^{75}.

Задача 5) 1) Включим двигатели!



$$m\,dV = u\,dm$$

$$V = u \ln m \Big|_{\cancel{7{,}4}\;1}^{7{,}4} =$$

$$= u \ln(7{,}4) \approx u\,(2 + \ln(1{,}1)) \approx$$

$$= 2{,}1\,u = 9{,}0\ км/с + 0{,}45\ км/с =$$

$$= 9{,}5\ км/с.$$

$\times\, 2{,}72$
$2{,}72$
484
$+\,1904$
484
67924
$\times\, \cancel{2{,}72}$

$7{,}4 \,|\, 6{,}8$; $-6{,}8$; $1{,}1$; 60

2) После быстрого истечения топлива удельная кинетическая энергия КА составит $\frac{v^2}{2} = 4{,}5 \cdot 10^{3} \cdot 10^{6}\ \frac{Дж}{кг} = 4{,}5\ \cancel{\frac{МДж}{кг}}\ \frac{МДж}{кг}$

$\times\, 9{,}5$
$9{,}5$
472
$+\,855$
$90{,}22$

Начальная удельная потенциальная энергия КА ~~была~~ относительно Земли

$$-\left(\frac{GM_{\oplus}}{42\cdot 10^{6}(м)} \cancel{+ \frac{GM_{\odot}}{1\,(а.е.)}}\right) = -\left(\frac{39{,}8\cdot 10^{15}}{42\cdot 10^{6}\,(м)}\right) \cancel{Дж} = 0{,}81\ \frac{МДж}{кг}$$

$340 \,|\, 42$; 336; $0{,}81$; 40

3) КА сможет улететь от Земли: у него останется $4{,}5 - 0{,}8\ \frac{МДж}{кг} = \cancel{3{,}7}^{\,44}\ \frac{МДж}{кг}$. относительно Земли. Это соответствует скорости $V_1 = \sqrt{2\cdot \cancel{3{,}7}_{\,44}}\ км/с = 9{,}4\ км/с$

Если стартовать по направлению движения Земли, то относительно Солнца скорость станет 39 км/с. Это меньше, чем V_{II} для Солнца на расстоянии 1 а.е., значит, без дополнительных хитростей покинуть С.С. не удастся.

Однако, никто не запрещал сделать гравманевр около любой планеты с приобретением ~~энергии~~ импульса, которого требуется совсем немного: $\cancel{\Delta E = \sqrt{42^2 - 39^2}\ \frac{МДж}{кг}} = \Delta p = 3\ \frac{км}{с\cdot кг}$.

Ответ: да, сможет.