

Дано:

$\Delta t = 8c$

$m_n = \frac{1}{8} m_{\oplus}$

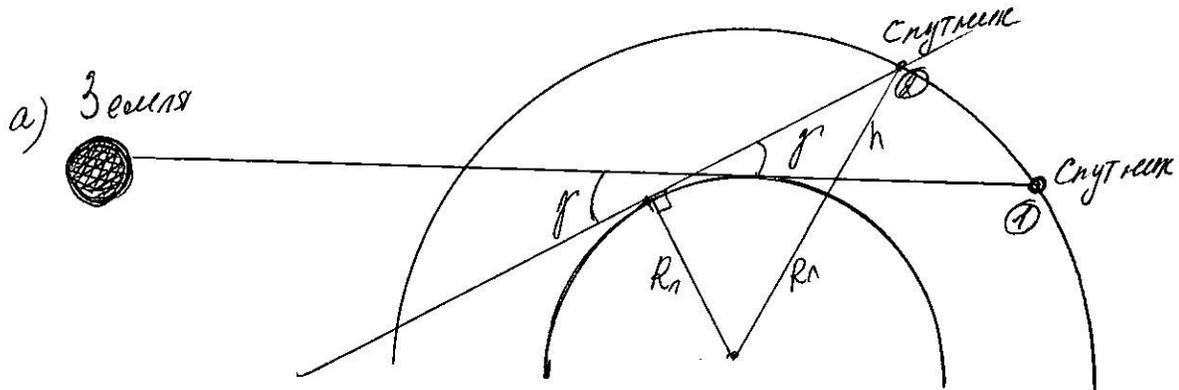
$R_n = \frac{1}{4} R_{\oplus}$

$R_{\oplus} = 6400 \text{ км}$

$m_{\oplus} = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

$D_n = 34 \text{ км}$

$h - ?$



Ауна

1) Изменение положения Земли на снимках происходит из-за движения спутника по орбите. На 1-ой фотографии Земля находилась под горизонтом (положение 1 на рисунке а), а на последней под углом γ к горизонту (положение 2 на рисунке а). Этот угол равен углу, который прошел аппарат (вертикальные углы). Для того, чтобы его вычислить, нужно рассчитать угловую радиусу Земли, т.к. мы видим только её половину:

$\gamma_{\oplus} = \frac{R_{\oplus}}{D_n} \cdot 57,3^{\circ} = 1^{\circ}$

Составлю пропорцию для малых углов $\angle \gamma$:

$$\frac{1,9 \text{ см} - \gamma}{0,9 \text{ см} - \gamma_{\oplus}} = \frac{1,9 \text{ см} \cdot 1^{\circ}}{0,9 \text{ см}} = 2,1^{\circ}$$

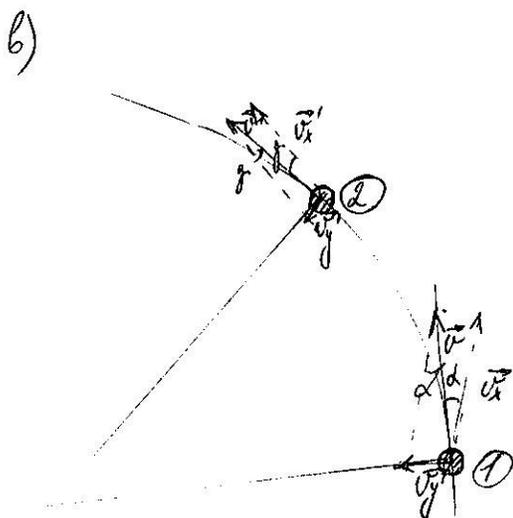
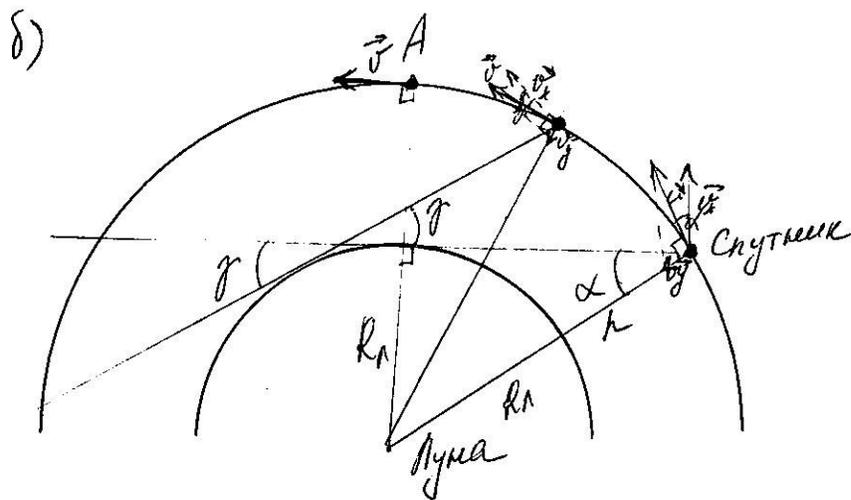
2) Для того, чтобы найти h спутника, нужно рассчитать угловую скорость ω , т.к.:

$$\omega = \frac{v}{R_n + h} = \frac{\sqrt{\frac{GM_n}{R_n + h}}}{R_n + h} = \sqrt{\frac{GM_n}{(R_n + h)^3}}, \quad \omega = \frac{\gamma}{\Delta t} = 1,83 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$$

$$R_n + h = \sqrt[3]{\frac{GM_n}{\omega^2}} = 1805,2 \text{ км}$$

$$h = 1805,2 \text{ км} - R_n = 205,2 \text{ км}$$

3) Можно заметить, что изменение углового размера Земли неодинаково — чем выше спутник находится над поверхностью, тем меньше изменение. Это связано с тем, что при увеличении скорости v приближении к точке А уменьшается из-за изменения направления скорости v (по формуле в скобках (рис б))



Угол α между вектором скорости \vec{v} и \vec{v}_x больше, чем α' между \vec{v}' и \vec{v}_x' , т.к. если спроецировать вектор \vec{v} на вектор \vec{v}' (рис в), то образуются углы $\Delta\alpha$ и $\Delta\sigma$. Воизвестие $\Delta\sigma > \Delta\alpha$.

$$v_y > v_y' \Rightarrow v \cdot \sin \alpha > v \cdot \sin \alpha'$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{R_1}{R_2 + h}\right) = 62^\circ \text{ (рис д)}$$

$$v_y = v \cdot \sin \alpha = \sqrt{\frac{GM_1}{R_2 + h}} \cdot \sin \alpha = 1,4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

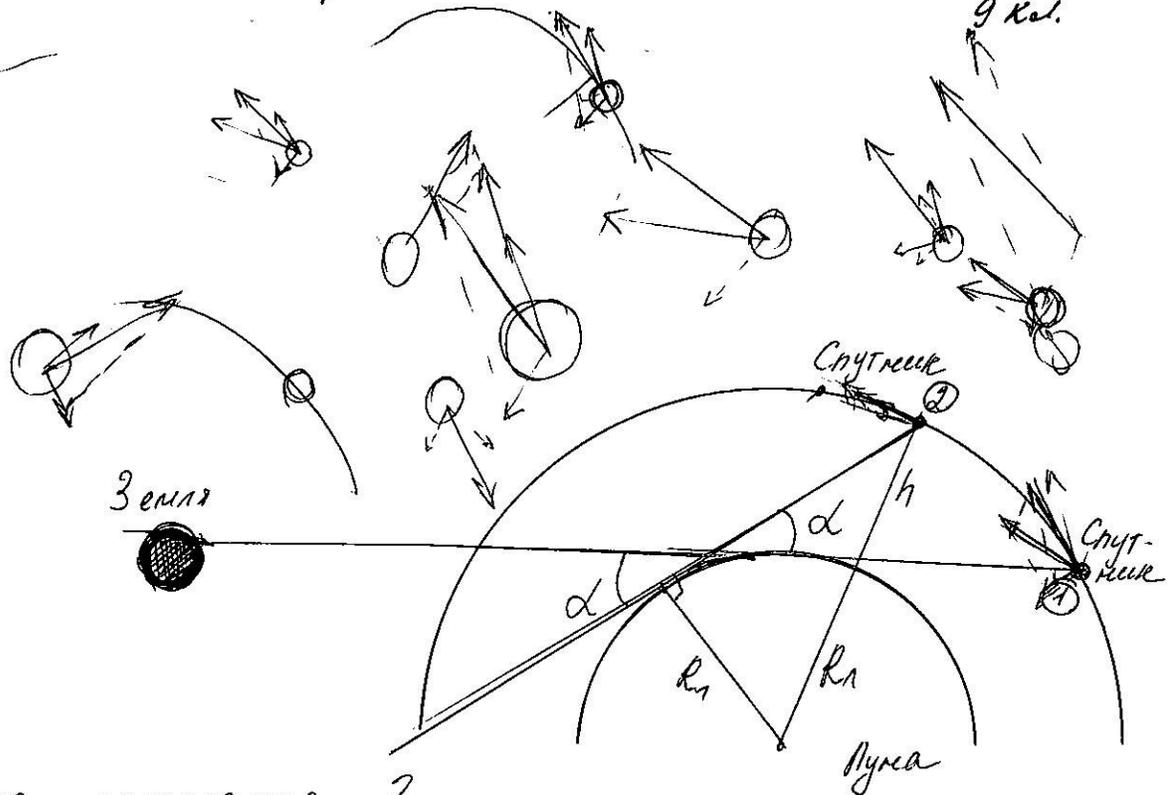
$$v_y' = v \cdot \sin \alpha' = \sqrt{\frac{GM_1}{R_2 + h}} \cdot \sin \alpha' = 0,06 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$\Delta v_y = v_y - v_y' = 1,34 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Ответ: 205,2 км.

Черновики

Дано:
 $\Delta t = 8c$
 $m_0 = \frac{1}{81} m_{\oplus}$
 $R_0 = \frac{1}{4} R_{\oplus}$
 $R_{\oplus} = 6400 км$
 $h = ?$



1) Изменение положения Земли на снимках происходит за счет движения спутника по орбите.

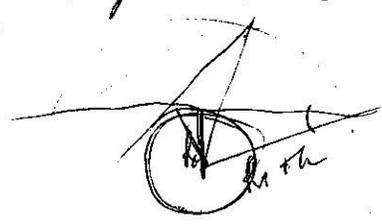
На первой фотографии Земли находимся под горизонтом (положение 1), а на последней под углом α над горизонтом, т.е. (положение 2) угол, который пролетел спутник, равен углу, на который поднялась Земля над (вертикальные углы).

2) Угол α можно вычислить, зная угловой размер Земли в Луне, но так как мы видим поперечный ^{плоский} диск Земли на снимке, то нужно посчитать ^{ее} угловой радиус Земли

$\rho_{\oplus} = \frac{R_{\oplus}}{D_1} \cdot 57,3^{\circ} = 1^{\circ}$, где D_1 - расстояние от Земли до Луны.
 Составим пропорцию:

$$\frac{1,9cм}{0,9cм} = \frac{d}{1^{\circ}}$$

$$d = \frac{1,9cм \cdot 1^{\circ}}{0,9cм} = 2,1^{\circ}$$



$$d = \arctg\left(\frac{R_0}{R_1 + h}\right)$$

3) $\omega = \frac{d}{5\Delta t} = \frac{v}{R+h}$ (угловая скорость спутника)
 $N = 5$ - кол-во снимков.

$$\frac{d}{5\Delta t} = \frac{\sqrt{\frac{GM_0}{R+h}}}{R+h} = \sqrt{\frac{GM_0}{(R+h)^3}}$$

$$\frac{d}{5\Delta t} = \sqrt{\frac{GM_0}{(R+h)^3}}$$

$$\omega^2 = \frac{GM_0}{(R+h)^3}$$

$$R+h = \sqrt[3]{\frac{GM_0}{\omega^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{GM_0}{\omega^2}} - R_{\oplus}$$

$$h = 205,2 км$$