Омс-14

XXXI Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

практический тур

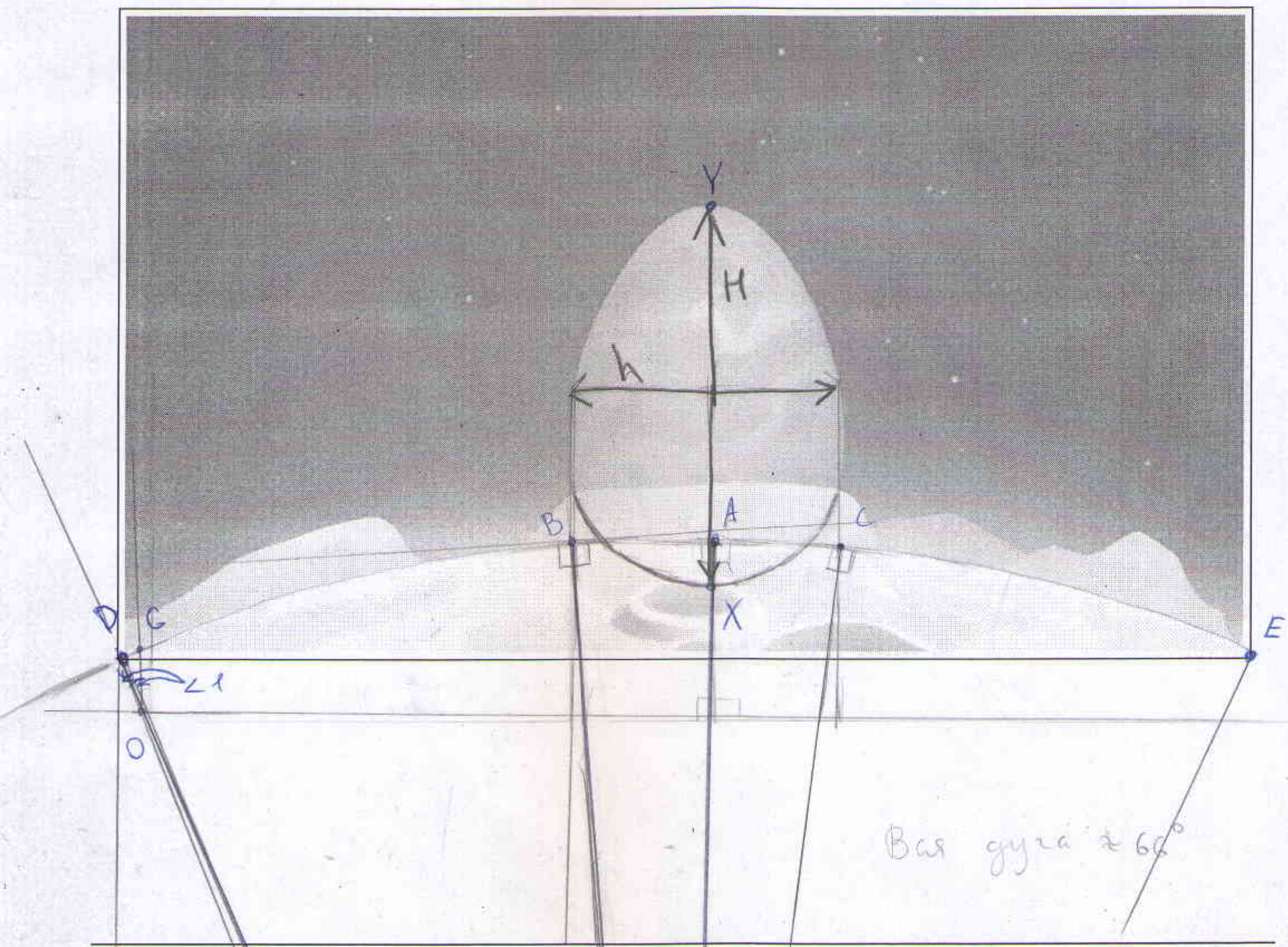
2024

3 марта

7–8 классы

Перед Вами кадр из мультфильма про Лунтика. Для тех участников, кто почему-то не в курсе, уточним, что Лунтик, как написано в Википедии, «маленькое пушистое существо — космический пришелец, который родился на Луне и вылупился из яйца».

Вы видите то самое яйцо, из которого вылупится Лунтик, на поверхности Луны в одном из лунных кратеров, вместе с частью поверхности. Оцените по этим данным размеры Лунтика (исходя именно из этого изображения).



Отрезки, проведенные из центра к краю окружности (радиусы) всегда $\perp$ этим краям. Верно и обратное.

Построим перпендикуляр от точки A, $\in$ как краю Луны, так и оси симметрии яйца. Радиус, который мы построили из нее, удобен, т.к образует $\perp$ и с краем картинки. Это подтверждается измерениями.

Построим $\perp$ к точке D, находящейся на краю рамки. Измерим угол отклонения этого радиуса от радиуса к точке A ($\angle 1$). Есть 2 варианта это сделать, либо напрямую измерив циркулем, либо посчитав через отношение DG к DO. На мой взгляд, прямое измерение лучше, т.к. этот угол уже нельзя считать малым, да и погрешность линейки сопоставима с погрешностью транспортира.

$\angle 1 = 22^\circ$ (можно аналогично измерить отклонение радиуса к точке E и взять среднее)

Полная окружность Луны (360°) $= 2\pi R_☾$

$R_☾$ примем за 1700км, учитывая неточность предыдущих измерений (большая точность бессмыслена).

$360° - 2\pi \cdot 1700$

$22° - \frac{\cancel{2}\,\cancel{\pi} \cdot 1700 \cdot \overset{11}{\cancel{22}}}{\underset{\underset{63}{\cancel{18}}}{\cancel{360}}}$ $22° - \frac{1870}{3} \approx 620$ км

Теперь есть 2 варианта. I либо продолжить радиусы до центра, пользуясь другим листом найти центр Луны (S) и измерить от него ∠BSA, где B - спроецированная точка от самого выпуклого края яйца, в таком случае можно по аналогии сравнить этот угол (∠2) со всей окружностью Луны ∠2 ≈ 6° - малый угол.

$BA = \frac{\cancel{6} \cdot 2\cancel{\pi} \cdot 1700}{\underset{\underset{3}{\cancel{18}}}{\cancel{360}}} \approx 170$ км и 340 вся ширина

II Либо же мы можем сравнить отрезки DA и BA, но в таком случае полученный ответ будет менее точен, мы должны сравнивать дуги, ведь ∠22° - не малый.

92 мм - 620 км

22 мм $- \frac{\overset{310}{\cancel{620}} \cdot 22}{\underset{\underset{26}{\cancel{46}}}{\cancel{92}}} = \frac{\overset{155}{\cancel{310}} \cdot 11}{\underset{13}{\cancel{26}}} \approx 140$ км

Стоит отметить, что способ II можно уточнить, сравнивая отрезок BA с самим радиусом, который мы уже нашли построением

AS = 190 мм – для увеличения точности я провела несколько радиусов. Измерено расстояние от A до их точки пересечения S

BA = 22 мм

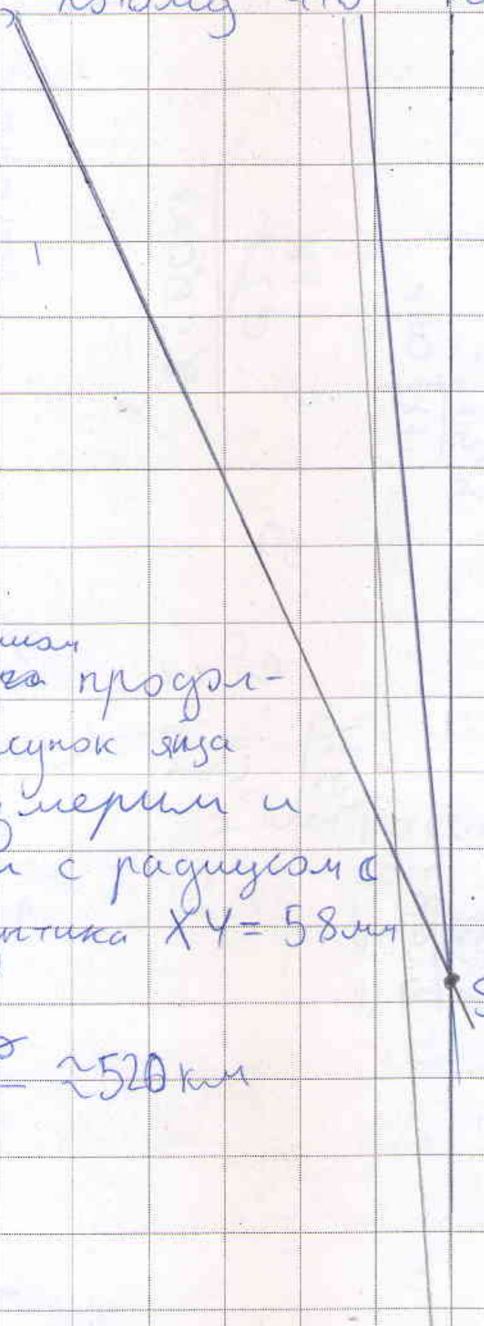
ширина Лунтика пополам

$190 - 1700$

$22 - \frac{1700 \cdot 22}{190} = \frac{1870}{19} \approx 90$ км

$\Rightarrow$ вся ширина 180 км

Пожалуй именно этот способ наиболее точный, потому что не нужно прибегать к измерению углов, однако погрешность все равно будет, засчет того, что при построении перпендикуляров к окружности возникает сложность.



Карандашный продолжил рисунок яща теперь измерим и сравним с радиусом высоту лунтика XY = 58 мм

$\frac{58 \cdot 1700}{190} \approx 520$ км

Можно считать, что ширина Лунтика везде одинаковая, ушей не считаются

Получается, что