№1

$m_{гл} = 6^m$
$d_{гл} = 6мм$

По условию: $L = L_0 e^{-kt}$; t - время от максимума

$$\frac{L_0}{L} = \frac{L_0}{L_0 e^{-kt}} = e^{kt} ; \quad \ln\left(\frac{L_0}{L}\right) = kt$$

Найдём проницк. способность телескопа: $m_т - m_{гл} = -2{,}5 \lg\left(\frac{D_т^2}{d_{гл}^2}\right)^{-1}$

$m = 6^m + 5\lg 10 = 11^m$; m_{max} - видим. зв. величина в момент максимума

$$m_{max} - m_{гл} = -2{,}5 \lg \frac{L_0}{L_1} ; \quad \ln \frac{L_0}{L_1} = kt_1$$

$$m_{max} - m_т = -2{,}5 \lg \frac{L_0}{L_2} ; \quad \ln \frac{L_0}{L_2} = kt_2$$

Как мы знаем: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$; из этого получим:

$$\lg \frac{L_0}{L_1} = \frac{\ln \frac{L_0}{L_1}}{\ln 10} ; \quad \lg \frac{L_0}{L_2} = \frac{\ln \frac{L_0}{L_2}}{\ln 10}$$

$$\lg \frac{L_0}{L_1} = \frac{6^m - m_{max}}{2{,}5} ; \quad \lg \frac{L_0}{L_2} = \frac{11^m - m_{max}}{2{,}5}$$

$$\frac{\lg \frac{L_0}{L_1}}{\lg \frac{L_0}{L_2}} = \frac{\ln \frac{L_0}{L_1}}{\ln \frac{L_0}{L_2}} = \frac{t_1}{t_2} ; \quad t_1 = (16 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 4)^d = 20^d + 30^d \cdot 3 + 31^d \cdot 5 = 20^d + 5^d + 30^d \cdot 8 = 265^d$$

$$t_2 = 366^d + 365^d - 15^d - 9^d = 350 \cdot 2 + 16 + 15 - 15 - 9 = 707^d$$

$$\frac{6^m - m_{max}}{11^m - m_{max}} = \frac{265^d}{707^d} \approx \frac{3}{8} ; \quad 8(6^m - m_{max}) = 3(11^m - m_{max}) ;$$

$$48^m - 8m_{max} = 33^m - 3m_{max} ; \quad 5m_{max} = 48^m - 33^m = 15^m ;$$

$$\underline{m_{max} = 3^m}$$

№2

$L = 2{,}2$ пк
$M = 2M_\odot$
$c = 3\cdot10^5$ км/с

Т.к. паралл. смещ. и аберр. постоянны, то звезда неподвижна в СО „планета - звезда обращения". Как мы знаем $\pi = \frac{a}{L}$; а $r = \frac{v}{c}$; $v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$ (рассматривать будем большие полуоси соотв. эллипсов т.к. в любом случае паралл. эллипс и аберрационный эллипс подобны) (полагаем, что орбита планеты круговая)

$$\frac{\pi}{r} = 5;\quad \frac{a}{L} = 5\frac{v}{c};\quad \frac{a^2}{L^2} = 25\frac{GM}{ac^2}$$

$$a^3c^2 = 25GML^2;\quad a = ka_0 = k\cdot1{,}5\cdot10^{11}\text{ м}$$

$$k^3\cdot(1{,}5\cdot10^{11})^3\cdot(3\cdot10^8)^2 = 25\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\cdot2\cdot2\cdot10^{30}\cdot(2{,}2\cdot206265\cdot1{,}5\cdot10^{11})^2$$

$$k^3 = \frac{25\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\cdot4\cdot10^{30}\cdot2{,}2^2\cdot206265^2\cdot\cancel{(1{,}5\cdot10^{11})^2}}{(1{,}5\cdot10^{11})^{\cancel{3}}\cdot(3\cdot10^8)^2} =$$

$$= \frac{100\cdot6{,}67\cdot10^{19}\cdot2{,}2^2\cdot206265^2}{1{,}5\cdot10^{11}\cdot9\cdot10^{16}} = \frac{10\cdot6{,}67\cdot10^3\cdot2{,}2^2\cdot2^2\cdot10^{10}}{1{,}5\cdot10^{17}\cdot9}$$

$$= \frac{6{,}67\cdot10^4\cdot2{,}2^2\cdot2^2}{1{,}5\cdot9} \approx \frac{6{,}7\cdot4{,}8\cdot4\cdot10^4}{\frac{3}{2}\cdot9} =$$

$$= \frac{2\cdot32{,}16\cdot4\cdot10^4}{27} \approx \frac{130\cdot2\cdot10^4}{27} \approx 9{,}5\cdot10^4$$

$$k \approx \sqrt[3]{9{,}5\cdot10^4} = 10\sqrt[3]{95};\quad 4{,}5^3 = 91{,}125;$$

$$4{,}6^3 = 99{,}336;\quad k \approx 10\cdot4{,}54 = 45{,}4;\quad a \approx 45{,}4\,a_0$$

№3

$R_\oplus = 6400$ км
$M_\oplus = 6\cdot 10^{24}$ кг

Как мы знаем МКС вращается по практически круговой орбите на расстоянии $H \approx 400$ км над поверхностью Земли.

$$T_{мкс} = \frac{2\pi(R+H)}{\vartheta_{мкс}};\quad \vartheta_{мкс} = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{R+h}},\quad \vartheta_{мкс} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{6800\,000}} \approx$$

$$\sqrt{6\cdot 10^7} = 10^3\sqrt{60} = 2\cdot 10^3\sqrt{15} \approx 2\cdot 3{,}9\cdot 10^3\ м/с = 7{,}8\ км/с$$

$$T_{мкс} = \frac{2\pi\cdot 6800\ км}{7{,}8\ км/с} = 2\pi\cdot 1000\cdot \frac{68}{78}\,с \approx 2\pi\cdot 1000\cdot\frac{7}{8}\,с = \pi\cdot 1000\cdot\frac{7}{4}\,с =$$

$$= 7\pi\cdot 250\,с = 1750\cdot\pi\ с$$

a – большая полуось орбиты сумки

$$\frac{T_{мкс}^2}{(R+H)^3} = \frac{(T_{мкс}-3\cdot 60)^2}{a^3};\quad a = (R+H)\sqrt[3]{\frac{(T_{мкс}-180)^2}{T_{мкс}^2}}$$

$$= 6800\ км\cdot\sqrt[3]{\frac{(1750\pi-180)^2}{(1750\pi)^2}} \approx 6800\sqrt[3]{\frac{(1750-57)^2}{1750^2}} = 6800\sqrt[3]{\frac{\left(1-\frac{57}{1750}\right)^2}{1}} \approx$$

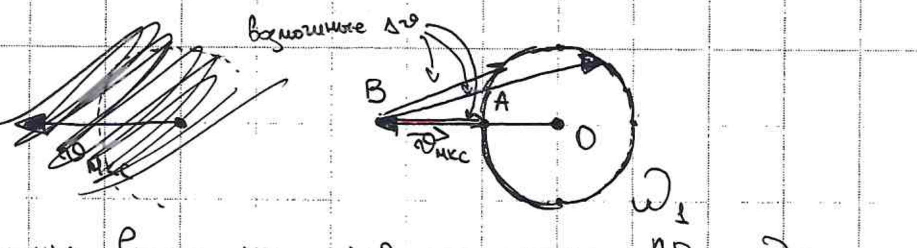
$$\approx 6800\left(1-\frac{57}{1750}\cdot\frac{2}{3}\right) = 6800 - \frac{6{,}8\cdot 57\cdot 2}{1{,}75\cdot 3} = 6800 - \frac{6{,}8\cdot 8\cdot 19}{7} \approx$$

$$\approx 6800 - 150 = 6650\ км$$

$$\vec{\vartheta}_{мкс} + \Delta\vec{\vartheta} = \sqrt{GM_\oplus\left(\frac{2}{(R+H)} - \frac{1}{a}\right)} < \sqrt{\frac{GM_\oplus}{R+H}}$$ ~~(в данном случае отражает: показывает только напр-е $\Delta\vec\vartheta$)~~

W: $\vec{\vartheta}_{мкс}$ и $\Delta\vec{\vartheta}$

Рассмотрим векторы: ω_1 – ГМТ концов вектора $\vec{\vartheta}_{мкс} + \Delta\vec{\vartheta}$



Из этого рисунка видно, что $\Delta\vartheta$ не менее AB. Эта ситуация достигается, когда ~~тело~~ сумка нах-ся в апоцентре своей орбиты в момент броска. $\Longrightarrow$

№3 (продолжение)

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{GM_\odot}{a}\cdot\frac{1-e}{1+e}} = \sqrt{GM\left(\frac{2}{R+H}-\frac{1}{a}\right)}$$

$$\frac{2}{R+H}-\frac{1}{a} = \frac{1}{a}\cdot\frac{1-e}{1+e};\quad \frac{2}{R+H} = \frac{1}{a}\left(\frac{2}{1+e}\right)$$

$$R+H = a(1+e)$$

$$1+e = \frac{6800\text{ км}}{6650\text{ км}} = \frac{50\cdot 68\cdot 2}{50+50\cdot 66\cdot 2} = \frac{68\cdot 2}{1+66\cdot 2} = \frac{136}{133}$$

$$e = \frac{3}{133}\ \cancel{\approx \frac{1}{44}}$$

$$a(1-e) = 6650 - \frac{6650\cdot 3}{133} = 6500\text{ км}.$$

Заметим, что это расстояние практически совпадает с границей атмосферы, но немного превосходит $\Rightarrow$ сумка будет нах-ся на орбите $\Rightarrow$ такой вариант возможен

Теперь получим: $\Delta v = \sqrt{\frac{GM_\odot}{R+H}} - \sqrt{GM_\odot\left(\frac{2}{R+H}-\frac{1}{a}\right)} =$

$$= \sqrt{GM_\odot}\left(\sqrt{\frac{1}{R+H}} - \sqrt{\frac{2}{R+H}-\frac{1}{a}}\right) =$$

$$= 7800\text{ м/с} - \sqrt{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\left(\frac{2}{6800000}-\frac{1}{6650000}\right)} =$$

$$= 7800\text{ м/с} - \sqrt{6{,}67\cdot 6\cdot\left(\frac{2}{6{,}8}-\frac{1}{6{,}65}\right)\cdot 10^{7}}$$

$$= 7800 - 10^3\sqrt{60\cdot 6{,}67\left(\frac{2}{6{,}8}-\frac{1}{6{,}65}\right)} \approx$$

$$7800 - 10^3\sqrt{60\cdot 6{,}67\,\frac{2-1{,}15}{6{,}8}} \approx 7800 - 10^3\sqrt{60(2-1{,}15)}$$

$$= 7800 - 10^3\sqrt{60\cdot\frac{17}{20}} = 7800 - 10^3\sqrt{3\cdot 17} = 7800 - 10^3\sqrt{51} \approx$$

$$7800 - 7200 = 600\text{ м/с}$$ (Скорее всего журналисты ошиблись, что ~~это~~ такое невозможно)

№4

Рассмотрим зв. величины объектов с $1\square'$:

$m_{51} - m_{\square'_{51}} = -2{,}5\lg N_{51}$; где N_{51} - кол-во $\square'$, которые занимает M51

$m_{NGC} - m_{\square'_{NGC}} = -2{,}5\lg N_{NGC}$, где N_{NGC} - кол-во $\square'$, которые занимает NGC 7000

$N_{51} = 156$; $N_{NGC} = 12000 = 12\cdot10^3$

$m_{\square'_{51}} = 8 + 2{,}5\lg 156$

$m_{\square'_{NGC}} = 4 + 2{,}5\lg 12\cdot10^3$

Теперь поймём какую миним. поверх. яркость должен иметь объект, чтобы астроном его увидел

$m_{min} - m_{\square'_{51}} = -2{,}5\lg N_1$; $N_1 = 20$ (по условию)

$m_{min} - m_{\square'_{NGC}} = -2{,}5\lg N_2$; N_2 - необх. кол-во снимков для NGC 7000

$m_{\square'_{51}} - 2{,}5\lg N_1 - m_{\square'_{NGC}} = -2{,}5\lg N_2$

$8 + 2{,}5\lg 156 - 2{,}5\lg N_1 - 4 - 2{,}5\lg 12\cdot10^3 = -2{,}5\lg N_2$

$4 + 2{,}5(\lg 156 - \lg 12\cdot10^3) = 2{,}5(\lg N_1 - \lg N_2)$

N4 (продолжение)

$$4+2{,}5\lg\frac{156}{12\cdot10^3} = 2{,}5\lg\frac{N_1}{N_2}$$

$$4+2{,}5\lg\frac{13}{1000} = 2{,}5\lg\frac{N_1}{N_2}$$

$4+2{,}5(\lg 13-\lg 1000) = 2{,}5\lg N_1/N_2$; $\lg 13\approx 1{,}2$ (т.к $10^{\frac{5}{4}} = 10\sqrt[4]{10}\approx 10\sqrt{3}\approx 17$)

$$4+2{,}5(1{,}2-3)=2{,}5\lg N_1/N_2$$

$$\frac{4}{2{,}5}+1{,}2-3=\lg\frac{N_1}{N_2}$$

$\frac{8}{5}+1{,}2-3=\lg\frac{N_1}{N_2}$; $1{,}6+1{,}2-3=\lg\frac{N_1}{N_2}=-0{,}2$

$\lg N_1-\lg N_2=-0{,}2$; $\lg N_2=\lg N_1+0{,}2$; $\lg k=0{,}2$;

$$k=10^{0{,}2}=10^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{10}$$

$$\lg N_2=\lg N_1\cdot\sqrt[5]{10}$$

$N_2=20\cdot\sqrt[5]{10}$; $1{,}6^2=2{,}56$; $2{,}56^2=6{,}5736\approx$
$\approx 6{,}6$; $6{,}6\cdot 1{,}6=10{,}56 \Rightarrow$
$\sqrt[5]{10}\approx 1{,}6$

$\underline{N_2\approx 20\cdot 1{,}6=32}$