

№1

Определим расстояние до галактики $z = z_1 = 3$, используя закон Хаббла:

$$cz_1 = H_0 R$$

$$R_1 = \frac{cz_1}{H_0} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 3}{68} \approx \frac{9 \cdot 10^5}{70} = \frac{9}{7} \cdot 10^4 \approx \text{отброшено}$$

$$\text{отброшено} = \sqrt{\frac{81}{49}} \cdot 10^4 \approx \sqrt{\frac{8}{5}} \cdot 10^4 = \sqrt{1,6} \cdot 10^4 =$$

$$= \sqrt{16} \cdot 10^4 \approx 4 \cdot 0,3 \cdot 10^4 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ Мпк}$$

Расстояние до галактики с $z = z_2 = 0$ можно оценить как $R_2 \approx 3 \text{ Мпк}$, т.к. ближайшее скопление ~~галактик~~ эллиптических галактик в Велосах Вероники находится примерно на таком расстоянии.

Поверхностные яркости галактик соотносятся как:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{L_2}{4\pi R_2^2} \cdot \frac{4\pi R_1^2}{L_1} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \quad \text{т.к. галактики одинаковы}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{1,2 \cdot 10^4}{3}\right)^2 = 16 \cdot 10^6$$

Ответ: второе в $16 \cdot 10^6$ раз ярче первой

№2

$$R = 20 \text{ пк}$$

$$\rho_0 = 3 \text{ пк}$$

$$v_0 = 10 \text{ км/с}$$

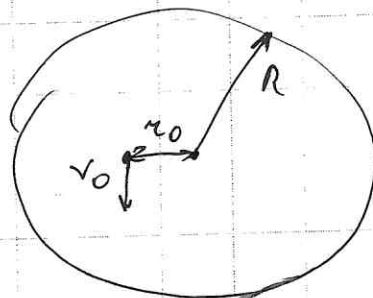
$$N = 10^6$$

$$Q = ?$$

$$t = ?$$

Чтобы понять характер движения звезд в МЗС, применим теорему Гаусса для ~~сферической~~ сферической концентрической сферической поверхности радиуса r :

$$\oint \vec{g} d\vec{S} = -4\pi G M(r), \quad M(r) = \frac{4}{3}\pi \rho r^3; \quad \rho = \text{const по условию}$$



2 (продолжение)

$$g \cdot 4\pi r^2 = -4\pi G \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

$$g = -\frac{4}{3}\pi G \rho r, \text{ т.е. } \text{гравитационная}$$

сила возрастает прямо пропорционально расстоянию до центра, следовательно:

1) движение происходит в центральном потенциальном поле;

2) движение за счёт упругой силы $\vec{g} \sim -\vec{r}$, т.е. в гуксовском потенциале. Значит звезда в процессе движения совершает гармонические колебания вокруг центра сплюсн.

Опишем это движение вдоль оси Ox $\uparrow \vec{V}_0$:

$$\ddot{x} = g_x = -\frac{4}{3}\pi G \rho x$$

$$\ddot{x} + \frac{4}{3}\pi G \rho x = 0; \omega = \sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho}$$

$$x(t) = x_{\max} \cdot \sin(\omega t)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{3}{4\pi G \rho}}$$

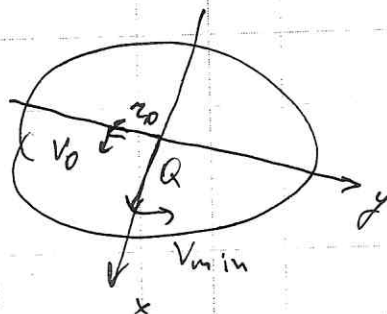
$$\dot{x}(t) = x_{\max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t); \dot{x}(0) = V_0 = x_{\max} \cdot \omega$$

$$x_{\max} = \frac{V_0}{\omega} = V_0 \cdot \sqrt{\frac{3}{4\pi G \rho}}$$

ρ определим, зная размер и массу изв:

$$\rho = \frac{N \cdot M_0}{\frac{4}{3}\pi R^3}; \quad x_{\max} = V_0 \cdot \sqrt{\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi G \cdot N M_0}} = V_0 \cdot \sqrt{\frac{R^3}{G M_0 \cdot N}}$$

$$= 10^7 \cdot \sqrt{\frac{(20 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{18})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 10^6}} \approx 10^7 \cdot \sqrt{\frac{(6 \cdot 10^{17})^3}{13,5 \cdot 10^{25}}} =$$



№2 (прод.)

$$= 10^7 \cdot \sqrt{\frac{224.8 \cdot 10^{51}}{13.5 \cdot 10^{25}}} = 10^7 \cdot 4 \cdot 10^{13} = 4 \cdot 10^{14} \text{ м} =$$

$$= \frac{4 \cdot 10^{17}}{2 \cdot 10^5 \cdot 15 \cdot 10^{11}} = \frac{4}{3} \cdot 10^1 \approx \frac{13}{3} \text{ пк} - \text{это больше}$$

изначального $\Rightarrow x_{\max} = Q$, т.к. в этой точке $\dot{x} = 0$ и скорость перпендикулярна направлению из центра. Тогда $x_0 = y = 3 \text{ пк}$.

Время до Q равно $\frac{1}{4} T$:

$$t = \frac{1}{4} T = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{R^3}{GM_{\odot N}}} = \frac{\pi}{2} \cdot 4 \cdot 10^{13} \text{ с} \quad \leftarrow \text{это время больше}$$

В году примерно $\pi \cdot 10^7$ с, так что

$$t = 2 \cdot 10^6 \text{ лет}$$

Ответ: $Q = 13 \text{ пк}$; $t = 2 \cdot 10^6 \text{ лет}$

№3

Определим радиус орбиты планетизма III з-ка Кеннеди

$$\frac{v^2 (M + M_{\oplus})}{a^3} = \frac{T_{\oplus}^2 (M_{\odot} + M_{\oplus})}{a_{\oplus}^3}$$

$$a \approx a_{\oplus} \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{M_{\odot}} \cdot \left(\frac{T}{T_{\oplus}}\right)^2} = \sqrt[3]{0.35 \left(\frac{6}{29.365}\right)^2} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{7}{20} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{365^2}} \approx \sqrt[3]{\frac{7}{20} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{350 \cdot 380}} = \sqrt[3]{\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{380}} =$$

$$= \frac{1}{10} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{8 \cdot 10^3}} = \frac{1}{100} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{6}} = \frac{1}{200} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3}} \approx 1.1 \cdot \frac{1}{200} \text{ а.е.}$$

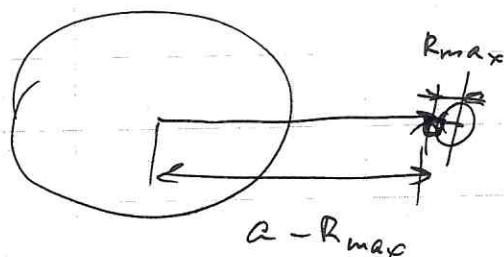
$\frac{1}{200} \text{ а.е.} \approx R_{\odot} \Rightarrow a = 1.1 R_{\odot} - \text{это очень близко,}$

значит $\frac{R_{\min}}{R_{\max}} < 1$ значительно

№3 (сред.)

Из-за близости планеты и звезды можно считать, что период обращения вокруг своей оси и орбитальный период совпадают (как у спутников планет в Солнечной системе).

~~Мы~~ Будем считать, что поверхность на экваторе находится в равновесии за счёт гравитационных сил и сил инерции.



В экваторе для dm участка на поверхности:

$$\frac{GM}{(a - R_{\max})^2} + \frac{GM_{\oplus}}{R_{\max}^2} = \omega^2 a$$

$$\frac{GM}{(a - R_{\max})^2} = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\max}^2} = \frac{GM}{a^2};$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } \alpha &= \frac{M}{M_{\oplus}} = 0,35 \cdot \frac{M_{\oplus}}{M_{\oplus}} \\ &= 0,35 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^6 = \frac{7}{20} \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^6 = \\ &= \frac{2,3}{20} \cdot 10^6 \approx 1,2 \cdot 10^5 \end{aligned}$$

Перейдем на $GM_{\oplus}$:

$$\frac{\alpha}{(a - R_{\max})^2} - \frac{1}{R_{\max}^2} = \frac{\alpha}{a^2}$$

$$R_{\max} \ll a?$$

$$\frac{\alpha}{a^2} \left(1 + \frac{2R_{\max}}{a}\right) - \frac{1}{R_{\max}^2} = \frac{\alpha}{a^2}; \quad \frac{1}{(a - R_{\max})^2} \approx \frac{1}{a^2} \left(1 + \frac{2R_{\max}}{a}\right)$$

$$\frac{2R_{\max}}{a^3} = \frac{1}{R_{\max}^2}; \quad R_{\max} = a \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2\alpha}}$$

$$= a \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2 \cdot 1,2 \cdot 10^5}} = \frac{a}{100} \sqrt[3]{\frac{1}{0,24}} \approx \frac{a}{100} \cdot \sqrt[3]{4} \approx \frac{1,1 \cdot 1,6}{100} \cdot R_0 =$$

$$= \frac{18}{1000} R_0 \approx 12600 \text{ км} \approx 2R_{\oplus}$$

№3 (прод.)

Т.е. средний радиус характеризует объём
массы; $V \sim R_{\max}^2 R_{\min}$; $V \sim R_{\text{ср}}^3$

$$R_{\max}^2 R_{\min} = R_{\odot}^3; \quad R_{\min} = R_{\odot} \cdot \left(\frac{R_{\odot}}{R_{\max}}\right)^2 \approx \frac{1}{4} R_{\odot}$$

$$\frac{R_{\min}}{R_{\max}} = \frac{1}{8}$$

Ответ: 1/8

№4

Туманность - молодое образование с активным
звёздобразованием. Если со звездой масса 0.5
всё понятно - это голубой гигант на главной
последовательности, то B2 может быть на ГП,
а может и не быть. Учитывая, что звезда B2
находится на краю туманности, будем считать,
что она принадлежит ГП.

Для звёзд ГП:

$$L \sim M^4 \sim R^{5.2}; \quad R^2 T^4 \sim R^{5.2}; \quad \text{т.е.}$$

$$T^4 \sim R^{3.2};$$

$$R \sim T^{5.4};$$

$$R^2 T^4 \sim L; \quad L \sim T^{4 + \frac{5}{2}} = T^{6.5} \sim M^4; \quad \frac{6.5}{4} \approx \frac{6.4}{4} = 1.6$$

$$M \sim T^{1.6}$$

Таким образом, зная отклонение температур,
можно определить отклонение масс.

Условий размер области около 0.5 в 2 раза
меньше, чем у B2 $\Rightarrow$ т.е. две звезды в одной туманно-
сти, радиусы областей тоже относятся как 1:2

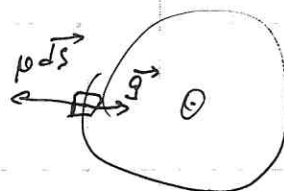
Для ионизированного водорода ур-е состояния имеет вид:

$$p = nkT_H$$

Рассмотрим газ на границах областей НП

$$p dS = g dm \quad \text{по II з. Кнута}$$

$$nkT_H dS = \frac{GM}{R^2} dm$$



$$\frac{n_0}{n_B} = \left(\frac{r_0}{r_B}\right)^{-2} \cdot \frac{M_0}{M_B} = 2^2 \cdot \left(\frac{T_0}{T_B}\right)^{1,6} = 2^{3,6} \approx 8 \cdot 1,5 = 12$$

Ответ: $n_0 : n_B = 12$

№5

Энергия вращательного движения звезды:

$E_{вр} = \frac{J \Omega}{2}$; энергия колебаний может быть выражена через максимальную скорость на поверхности, которая равна:

$$v_{max} = \omega \cdot A, \quad A - \text{амплитуда}$$

$$v \propto R; \quad v = \alpha R; \quad \text{где } \alpha = \frac{\omega A}{R_0}; \quad R_0 - \text{радиус звезды}$$

~~Рассчитаем~~ энергия колебаний:

$$E_{кол} = \int_0^{R_0} \rho \cdot 4\pi r^2 dr \cdot \frac{v^2}{2} = 2\pi \rho \alpha^2 \int_0^{R_0} r^4 dr = \frac{2\pi}{5} \rho \alpha^2 R_0^5 = \frac{3}{10} M v_{max}^2$$

Полная энергия:

$$E = \frac{J \Omega}{2} + \frac{3}{10} M \omega^2 A^2; \quad J = I \cdot \Omega, \quad \text{где } I - \text{момент инерции звезды}$$

$$\dot{E} = I \Omega \dot{\Omega} + \frac{3}{5} M \omega^2 A \dot{A} = -\frac{M}{\omega} I \dot{\Omega}$$

$$\dot{A} = \frac{5 I \dot{\Omega}}{3 M \omega^2 A} \left(-\frac{\omega}{\Omega} - \Omega \right); \quad \text{Если } \dot{A} > 0, \text{ то колебания раскачиваются}$$

~~Из~~ $\dot{\Omega} < 0$, т.к. момент импульса теряется
сферическую - ~~из~~ $\frac{dL}{dt} < 0$;

~~Из~~ $\omega > -m\Omega$

Ответ: $\omega > -m\Omega$