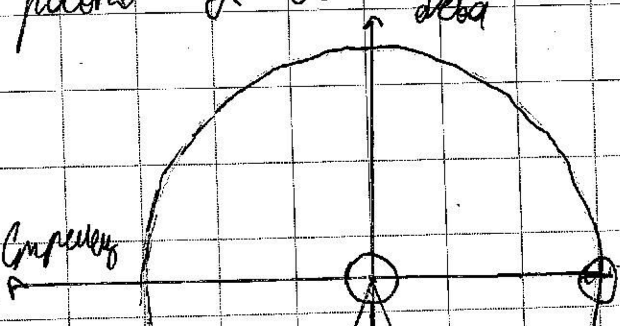
№1

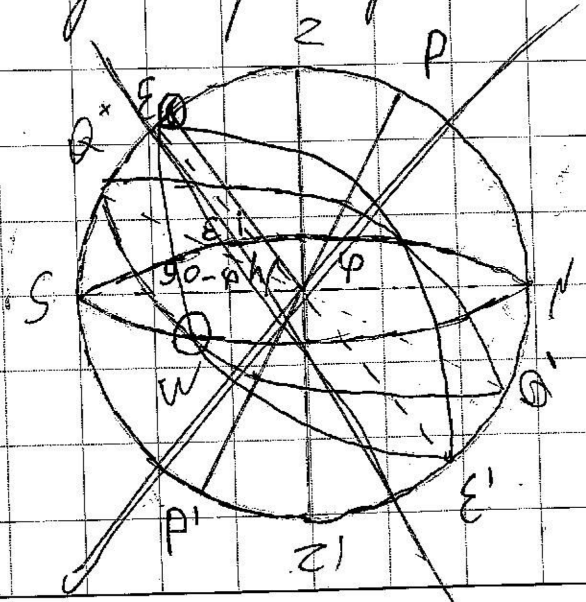
Для начала найдём T_M - местное время в Санкт-Петербурге в этот момент. Зная, что по времени, которое показывали часы наблюдателя $T_П = 19^h$ - это поясное время долгота Санкт-Петербурга $\lambda = 30°$.

Тогда: $UT = T_П - 2^h - 1^h$ (2 часовой пояс и один декретный час)

$UT = 19^h - 3^h = 16^h$ $T_M = UT + \lambda$ $T_M = 16^h + \frac{30}{15}h = 18^h$.

Наблюдения, по условию задачи, происходят 21 сентября. Это день осеннего солнцестояния. Значит склонение Солнца $\delta_☉ = 0°$ и заход Солнца в точке запада происходит ровно в 18^h по местному времени. Значит, Солнце в момент наблюдения находилось на горизонте. Также, как известно, что наблюдаемый диск Луны был освещён ровно на половину, а значит она находилась в первой либо последней четверти. Из этого можно понять угловое расстояние между Солнцем и Луной приблизительно равно $\alpha = 90°$.





Также можно отметить, что Луна находиться именно в фазе первой четверти так, как наблюдения происходят вечером, а Луна в последней четверти видна утром.

Солнце, в день наблюдения, видно в созвездии Девы в точке осеннего равноденствия. Направление Земля Луна сейчас будет параллельно направлению Земля-Солнце таким, каким оно будет через четверть года, так как угловое расстояние между Луной и Солнцем 90°.

Через четверть Солнце будет в точке зимнего солнцестояния, в созвездии Стрельца. Значит Луна сейчас тоже находиться вблизи точки зимнего солнцестояния в созвездии Стрельца в точке, где эклиптика отстоит от экватора на 23,5° ниже. Но так, как мы рассматриваем случай максимальной высоты, то нужно учесть наклон лунной орбиты к эклиптике i который составляет 5,1°. Тогда склонение Луны будет равно: $\delta_☾ = -23,5° + 5,1° = -18,4°$

$\varphi = 60°$, а высота Луны будет равна $h = 90 - |\varphi - \delta|$, так как в этот момент она будет в верхней кульминации.

$h = 90° - |60° + 18,4°| = 11,6°$

Ответ: высота равна 11,6°, в созвездии Стрельца.

№2

Для начала вычислим период кометы Галлея. Расстояние от перицентра до апоцентра объекты проходят за пол-периода. Значит $\frac{T}{2}$ = date афе - date пер., где

T - период кометы Галлея

date аф. - дата прохождения афелия date аф. = 9.12.2023

date пер. - дата прохождения перигелия date пер. = 9.02.1986

$\frac{T}{2} = 9.12.2023 - 9.02.1986$

Обозначим 9.12. как $365 - (31-9) = 343$ день года, а 9.02 как $31 + 9 = 40$ день года

$\frac{T}{2} = 2023^{yг} 343^{d} - 1986^{yг} 40^{d} = 37^{yг} 303^{d} \approx 37,8^{yг} \Rightarrow$

$T = 37,8^{yг} \cdot 2 = 75,6^{yг}$ Тогда по III закону Кеплера её полуось a будет равно: $a^3 = T^2$ $a = \sqrt[3]{T^2}$

$a = \sqrt[3]{75,6 \cdot 75,6^{yг^2}} \approx \sqrt[3]{5715 yг^2} \approx 18^{a.e}$

Также можно сказать то, что перицентр комета проходила в окрестностях орбиты Венеры значит её перицентрическое расстояние q равно:

$q = 0,7 a.e.$

$q = a(1-e)$ $e = \frac{a-q}{a}$ $e = \frac{18 a.e - 0,7 a.e}{18 a.e} =$

$= \frac{17,3 a.e}{18 a.e} = 0,96$

$$\begin{array}{r} 75,6 \\ \times 75,6 \\ \hline 4536 \\ 3780 \\ 5292 \\ \hline 5715,36 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 324 \\ \times 18 \\ \hline 2592 \\ 324 \\ \hline 5832 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1730 & 180 \\ \hline -1620 & 0,96 \\ 1100 & \\ -1080 & \\ 20 & \end{array}$$

Так, как после прохождения ~~афелия~~ апоцентра прошло около трёх месяцев, то можно считать, что скорость после этого момента не сильно изменилась значит: $Q = a(1+e)$

$\frac{m v_a^2}{2} - \frac{G M m}{Q} = - \frac{m v_{кр}^2}{2}$, где v_a - искомая апоцентрическая скорость, а $v_{ср}$ - средняя круговая скорость.

$$v_{ср} = \sqrt{\frac{GM}{a}} \qquad M = 2\cdot10^{30}кг$$

$$v_a^2 - 2\frac{GM}{a} = - v_{ср}^2$$

$$v_a = \sqrt{2\frac{GM}{a} - v_{ср}^2} \qquad v_a = \sqrt{2\frac{GM}{a(1+e)} - \frac{GM}{a}} =$$

$$= \sqrt{\frac{GM(2-1-e)}{a(1+e)}} = \sqrt{\frac{GM(1-e)}{a(1+e)}}$$

$$v_a = \sqrt{\frac{6{,}7\cdot10^{-11}\frac{м^3}{с^2кг}\cdot2\cdot10^{30}кг\cdot(1-0{,}96)}{18\cdot1{,}5\cdot10^{11}м\,(1+0{,}96)}} = \sqrt{\frac{4{,}5\cdot10^8}{9\cdot49}\left(\frac{м}{с}\right)^2}$$

$$\frac{6{,}7}{1{,}5} \simeq 4{,}5 \qquad \frac{0{,}04}{1{,}96} = \frac{0{,}04}{0{,}04(25+24)} = \frac{1}{49}$$

$$v_a = \sqrt{\frac{10^8}{2\cdot49}\left(\frac{м}{с}\right)^2} \approx \sqrt{\frac{10^7}{50}\left(\frac{м}{с}\right)^2} = \sqrt{2\cdot10^7\left(\frac{м}{с}\right)^2} =$$

$$\cancel{= \sqrt{2}\cdot10^{3,5}\frac{м}{с} \approx 1{,}4\cdot10^3\cdot\sqrt{10}\frac{м}{с} \approx 1{,}4\cdot10^3\cdot3{,}2\frac{м}{с} = 4{,}48\cdot10^3\frac{м}{с} \approx 4{,}5\frac{км}{с}}$$

$$1{,}4 \times 3{,}2 = 28 + 42 = 4{,}48$$

$$= \sqrt{\frac{10^8}{10^2}\left(\frac{м}{с}\right)^2} = 10^3\left(\frac{м}{с}\right) = 1\frac{км}{с}$$

Ответ: $1\frac{км}{с}$

№3

Для начала вычислим период Сатурна, $a_c = 9{,}5 а.е.$

$$a_c^3 = T_c^2 \qquad T = \sqrt{a_c^3} \qquad T = \sqrt{9{,}5^3 а.е.^3} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{855 а.е.^3} \simeq \sqrt{29^2 а.е.^3} = 29 лет$$

$T_c = 29$ лет

$$9{,}5 \times 9{,}5 = 475 + 855 = 90{,}25$$

$$90{,}25 \times 9{,}5 = 4050 + 810 = 855{,}0$$

$$29 \times 29 = 261 + 58 = 841$$

Рассмотрим диапазон дат, в которые могли ~~быть~~ происходить описанные действия ~~написана книга~~. Запуск первого искусственного спутника Земли произошёл в 1957 году. Значит действия книги происходят 1957 - 1964 годах. Тогда прошло времени:

$$\Delta T_{max} = 2024^{yr} - 1957^{yr} = 67^{yr}$$

$$\Delta T_{min} = 2024^{yr} - 1964^{yr} = 60^{yr}$$

Значит Сатурн за это время прошёл угол:

$$\alpha_{max} = \frac{\Delta T_{max}}{T} \cdot 360^\circ \qquad \alpha_{max} = \frac{67^{yr}}{29^{yr}} \cdot 360^\circ = \left(2 + \frac{9}{29}\right) \cdot 360^\circ =$$

$$\alpha_{min} = \frac{\Delta T_{min}}{T} \cdot 360^\circ \qquad = 2\frac{1}{3} \cdot 360 = 840^\circ$$

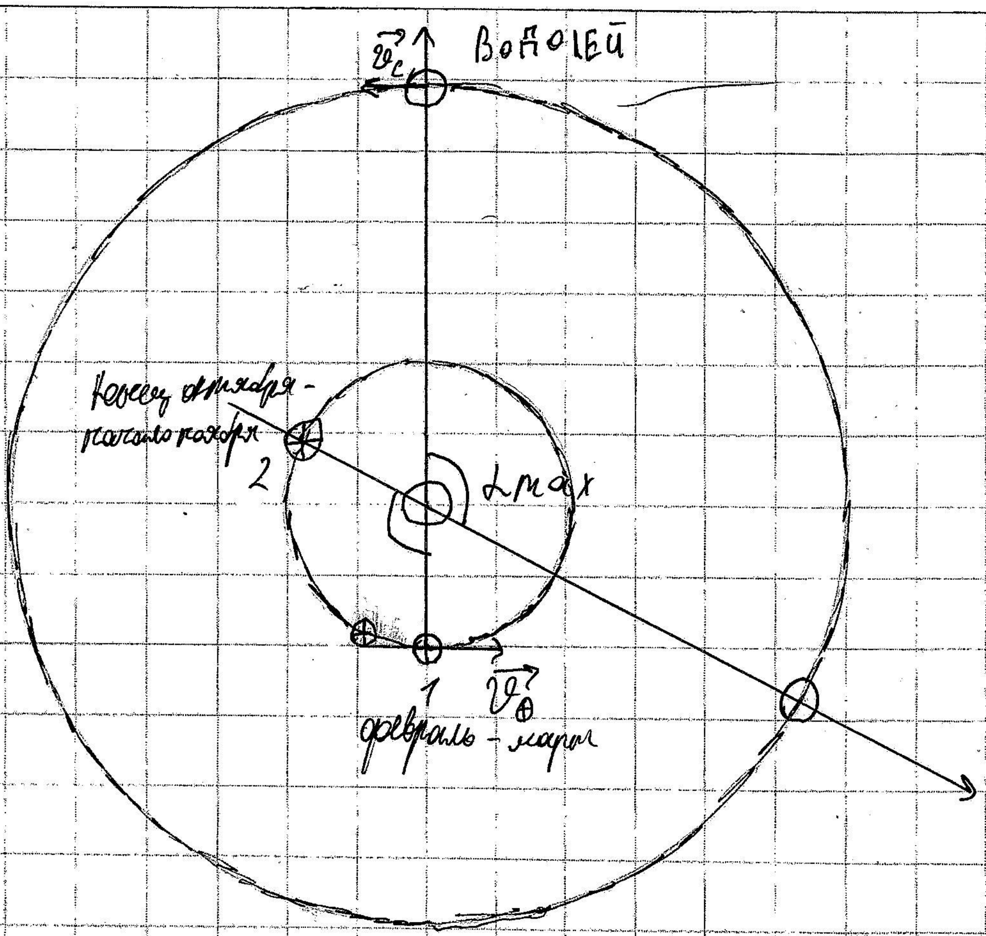
$$\alpha_{min} = \frac{60^{yr}}{29^{yr}} \cdot 360^\circ \simeq 720^\circ$$

Теперь вычтем целое кол-во оборотов для того чтобы найти смещение Сатурна относительно нынешнего положения.

$$\Delta\alpha_{max} = 840^\circ \overset{480^\circ}{-} 360^\circ - 360^\circ = 120^\circ$$

$$\Delta\alpha_{min} = 720^\circ \overset{360^\circ}{-} 360^\circ - 360^\circ = 0^\circ$$

То ~~есть~~ в максимальном случае с момента событий книги прошёл два оборота и ещё треть, значит во время событий книги Сатурн был на треть оборота до его нынешнего положения. Так, как Сатурн далёкий объект то направления на него можно считать параллельными. Тогда в положении, когда это направление совпадёт с направлением на



Солнце, на Земле будет конец февраля начало марта. Тогда, при максимальная отклонении Сатурна, чтобы направление Земля - Солнце и Земля-Сатурн совпало, Земля должна находиться на 120° или $\frac{1}{3}$ оборот или $\frac{1}{3}$ года или на 4 месяца до ~~начала~~ конца февраля - начала марта. То Сатурн находился в то созвездии в которая Солнце на Земле видно в конце октября, в начале ноября. В это время Солнце видно в созвездии Весов. Значит, если действия книги происходили недалеко ~~до~~ после запуска первого искусственного спутника Земли, то Сатурн мог наблюдаться в созвездии Весов, правы авторы.

№4

Для начала учтём то, что вампиры в целом могут существовать лишь ночью. Значит, учитывая то, что ~~у нас~~ нужно высчитать среднюю долю, ~~тогда~~ нужно брать среднюю продолжительность ночи 12^h, что есть половина времени. $n_1 = 0,5$

Далее нужно учесть влияние Луны. Посчитаем сколько времени Луна за синодический период вообще может действовать на вампиров. $S = 29,5^d$ $\Delta t = 6^d$

$S_g = S - \Delta t$ $S_g = 29,5^d - 6^d = 23,5^d$

Теперь посчитаем какую долю ночи в среднем Луна будет над горизонтом за эти $23,5^d$.

Будем считать, что эта доля равна фазе Луны в ~~этот день~~ эту ночь. Полной фазы Луна достигает через две недели после новолуния. Значит среднее ~~уве~~ изменение фазы за сутки равно: $\Phi_п = 1$ $\Phi_0 = 0$ $\Delta\Phi = \frac{\Phi_п - \Phi_0}{14^d}$

$\Delta\Phi = \frac{1-0}{14^d} = \frac{1}{14^d}$

Луна на вампиров перестаёт действовать через 3^d после новолуния. В это время фаза Луны: $\Phi_3 = 3^d \cdot \Delta\Phi$ $\Phi_3 = \frac{3}{14}$. Тогда средняя фаза равна:

$\Phi_{ср.} = \frac{\Phi_п + \Phi_3}{2}$ $\Phi_{ср} = \frac{1 + 3/14}{2} = \frac{17}{28} \approx 0,6$

Значит доля времени пригодных для вальнеров из этих $23,5^d$ равна

$n_2 = 1 - \varphi_p$ $n_2 = 1 - 0,6 = 0,4$, а по времени это $T = n_2 \cdot S_g$ $T = 0,4 \cdot 23,5^d = 9,4^d$

$$\begin{array}{r} 2,35 \\ \times\ \ \ 4 \\ \hline 9,40 \end{array}$$

Тогда общая доля времени ночи пригодных для вальнеров.

$n_п = \frac{T + \Delta t}{S}$ $n_п = \frac{6^d + 9,4^d}{29,5^d} = \frac{15,4^d}{29,5^d} \approx 0,5$

Тогда средняя доля времени будет равна:

$n = n_п \cdot n_1$ $n = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$

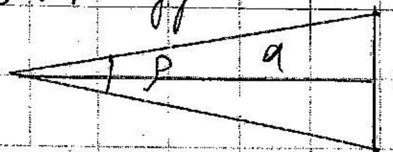
Ответ: средняя доля времени равна 0,25.

№5

Возьмём средний размер солнечного пятна 15000 км. Тогда его угловой размер:

$d = 15000$ км $a_\odot = 1,5 \cdot 10^8$ км

ρ тогда будет малым углом, тогда можно сказать, что



$\rho = \frac{d}{a}$ $tg\rho = \rho$ в радианах

$$\rho = \frac{1,5 \cdot 10^4 \text{ км}}{1,5 \cdot 10^8 \text{ км}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

Теперь посчитаем размеры одного пикселя:

$S_{общ} = 24 \cdot 36$ мм² $N = 30 \cdot 10^6$

$$S_0 = \frac{24 \cdot 36 \text{ мм}^2}{30 \cdot 10^6} = \frac{24 \cdot 6 \text{ мм}^2}{5 \cdot 10^6} = 4,8 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^2 =$$

$$= 28,8 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^2$$

т сторона одного пикселя будет равна

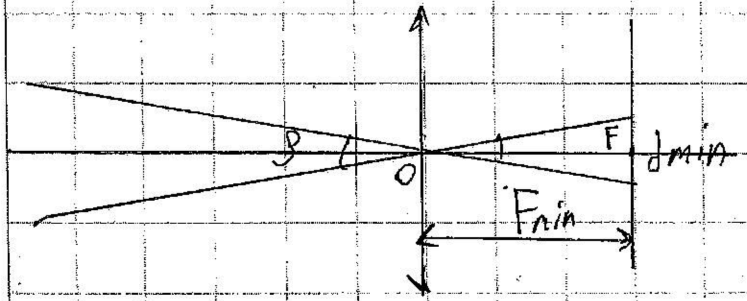
$a = \sqrt{S_0}$ $\quad a = \sqrt{28,8} \cdot \sqrt{10^{-6}}$ мм $= 5,4 \cdot 10^{-3}$ мм

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\, 5 \\ \hline 25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5,4 \\ \times\, 5,4 \\ \hline 216 \\ +\,270 \\ \hline 29,16 \end{array}$$

Тогда, чтобы пятно было различимо его диаметр на фокальной плоскости, в которой находится ПЗС-матрица, должен занимать размер в 4 раза больше:

$d_{min} = 4a \qquad d_{min} = 4 \cdot 5,4 \cdot 10^{-3}$ мм $\approx 2,2 \cdot 10^{-2}$ мм

Это так, потому что минимальная площадь равна $S_{min} = 4 \cdot 4$ пикселя, значит диаметр должен занимать минимум 4 пикселя.



Тогда $\varphi = \dfrac{d_{min}}{F_{min}}$

$F_{min} = \dfrac{d_{min}}{\varphi}$

Так как φ малый угол, то можно сказать, что $tg\,\varphi = \varphi$ в радианах

$F_{min} = \dfrac{2,2 \cdot 10^{-2} \text{ мм}}{1 \cdot 10^{-4}} = 2,2 \cdot 10^{2}$ мм $= 22$ см

Значит минимальное фокусное расстояние $F_{min} = 22$ см

Ответ: минимальное фокусное расстояние 22 см.