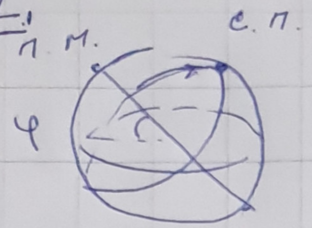
I

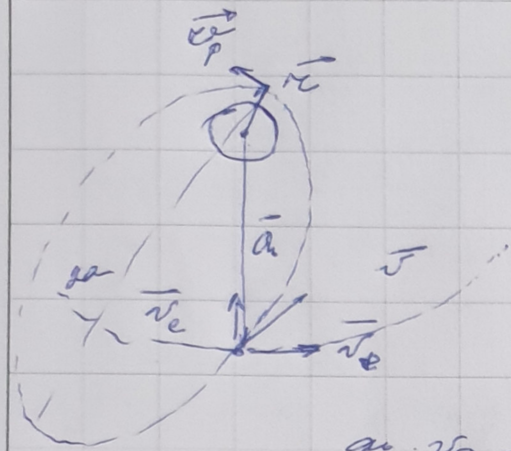


Т.к. широта места наблюдения нам неизвестна и $R_\oplus\left(\frac{2\pi}{T}\right) \ll \left(\sqrt{\frac{GM_\odot}{a_0}}\right)$, где $T \approx 24^h$, пренебрегу ск-ю сообщаемой из-за вращения земли вокруг своей оси.

Чтобы шар упал

$r = a_p \in [0; R_\odot]$

По ЗСМ:



$$a_0 \cdot m v_\oplus = r \cdot v_p \cdot m$$

$$a_0 \cdot v_\oplus = r\sqrt{GM\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)}$$

$$a_0^2 v_\oplus^2 = GM\left(2r - \frac{r^2}{a}\right), \quad v_\oplus^2 = \frac{GM}{a_0}$$

$$a_0 \cdot \frac{a_0}{GM} v_\oplus^2 = 2r - \frac{r^2}{a}, \quad a = \left(\frac{1}{r^2}(2r-a_0)\right)^{-1}$$

$$a = \frac{r^2}{2r-a_0}$$

$$v^2 = v_c^2 + v_\oplus^2 = \left(\sqrt{GM\left(\frac{2}{a_0} - \frac{2r-a_0}{r^2}\right)}\right)^2,$$

$$v_c^2 = GM\left(\frac{2}{a_0}-\frac{2r-a_0}{r^2}\right) - \frac{GM}{a_0}.$$

$$\frac{v_c^2}{GM} = \frac{2r^2 - 2ra_0 + a_0^2 - r^2}{a_0 r^2} = \frac{(r-a_0)^2}{a_0 r^2}$$

$|v_c| \to \min$, при $|r-a_0| \to \min$, $a_0 r^2 \to \max$

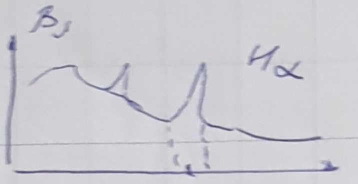
т.е. $r\to\max$, $r = R_\odot$

$$v_c = \sqrt{\frac{GM}{a_0}\left(\frac{R_\odot-a_0}{R_\odot}\right)^2} = v_\oplus\cdot\left(\left|1-\frac{a_0}{R_\odot}\right|\right),$$

$$v_{min} \approx 30\,\frac{км}{с}\cdot\left|1-\frac{1{,}5\cdot10^8}{0{,}7\cdot10^6}\right| \approx 2\cdot10^2\cdot 30\,\frac{км}{с} = 60\cdot10^2\,\frac{км}{с}$$

Ответ: $v_{min} = v_\oplus\left(\frac{a_0}{R_\odot}-1\right) \approx 6000\,\frac{км}{с}$

2.



$\Delta\lambda \simeq 16 Å$ $7900 Å$

Собственным радиальным движением галактики пренебрегу. Буду считать, что радиальная скорость состоит лишь из компоненты по з-у Хаббла. По з-у Доплера.

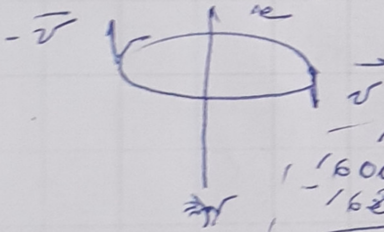
$$\frac{7900Å - H\alpha}{H\alpha} = \frac{H \cdot d}{c}$$

$6563 | 1337$ $\quad 7900 - 6563 = 1337$

$$d \simeq \frac{3 \cdot 10^5 \frac{км}{с}}{70 \frac{км}{с} \frac{1}{Мпк}} \cdot \frac{7900Å - 6563Å}{6563 Å} \simeq \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{5} \cdot 10^4 \text{ Мпк} \simeq$$

$\simeq 860$ Мпк.

Уширение линии происходит из-за вр-ние звезд в галактике



$$\frac{16 Å}{H\alpha} = \frac{2v}{c}, \quad v = \frac{c}{2} \cdot \frac{16Å}{H\alpha}$$

$16 | 6563$, $16000 | 0{,}003$

$$v \simeq \frac{3 \cdot 10^5}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \frac{км}{с} = 4{,}5 \cdot 10^2 \frac{км}{с} = \simeq 450 \frac{км}{с}$$

Буду считать, что в этой спиральной галактике существует плато кр-ии скоростей, из-за наличия тёмной материи.

$$v = \frac{GM(x)}{x}, \quad (\text{для } x > x_0) \simeq const$$

$$M(x) \sim x \qquad \frac{v}{v_{мл.п}} = \frac{450}{240} = \frac{M}{M_{мл.п}}$$

$$M = 10^{11} \cdot \frac{450}{240} \simeq 2 \cdot 10^{11} \qquad (L \simeq 2 \cdot 10^{11} L_\odot)$$

$$m - M_\odot = -2{,}5 \lg\left(\frac{2 \cdot 10^{11} L_\odot}{(860 \cdot 10^6)^2} \cdot \frac{10^2}{L_\odot}\right) =$$

$$= -2{,}5 \lg\left(\frac{2}{0{,}74} \cdot \frac{10^{11} \cdot 10^2}{10^{18}}\right)$$

$0{,}86 \times 0{,}86 = 0{,}7396$

~~$m \simeq 4{,}83^m - 2{,}5 \lg 10 - 2{,}5 \lg 3 \simeq 4{,}83^m - 2{,}5^m - 2{,}5 \cdot 0{,}5^m \simeq 1^m$~~

$$m \simeq 4{,}83^m - 2{,}5 \lg 10^{-5} - 2{,}5 \lg 3 \simeq 5^m - 1^m + 12{,}5^m \simeq 16{,}5^m$$

$\boxed{4}$ Поверхность Солнца имеет больший период вращения к полюсам чем, к диаметру, и в принципе, учитывая что Солнце не твердое тело говорить о его вращении достаточно сложно. Однако, в моей модели я все сильно упрощу. Пусть период вращения тела $T_1 \simeq 30^d$ до поглощения, и T_2 после. Момент инерции шара $I = \frac{2}{5}mR^2$ для Солнца знаю уточнение $I \simeq \frac{1}{5}mR^2$.

Буду считать, что поглощение Юпитера произошло из-за расширения Солнца до его орбиты. Момент импульса системы сохраняется. Поглощение Меркурия, Венеры, Земли, Марса не существенно повлияет. Расширение происходит в виде масштабирования по трём осям поэтому

$$I = \int_0^{R_0} \underbrace{\rho(x)\cdot 4\pi x^2 dx}_{dm} \cdot x^2 = \int_0^{kR_0} \rho(kx)\, 4\pi (kx)^2 d(kx) \cdot (kx)^2$$

$\Rightarrow I = const$. По ЗСМИ: $(M_{Ю}/M_\odot \simeq 1/1000)$

$$\frac{1}{5}M_\odot R_\odot^2 \frac{2\pi}{T_2} = \frac{1}{5}M_\odot R_\odot^2 \frac{2\pi}{T_1} + M_{Ю} a_{Ю} \cdot \sqrt{\frac{GM_\odot}{a_{Ю}}}$$

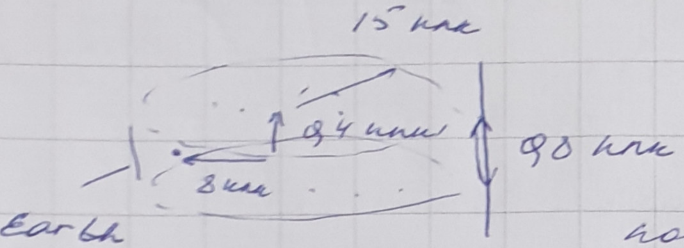
$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{5 M_{Ю} a_{Ю} \sqrt{\frac{GM_\odot}{a_{Ю}}}}{M_\odot \cdot R_\odot^2 \cdot 2\pi} = \frac{1}{T_1} + \frac{5}{1000} \cdot \frac{1{,}5 \cdot 10^{8}}{(0{,}7\cdot 10^{6})^{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{7\cdot 10^{-11}\cdot 3\cdot 10^{30}}{5\cdot 1{,}5\cdot 10^{11}}\cdot\frac{1}{10^3}}}{2\pi}$$

$$\frac{5\cdot 1{,}5 \cdot 10^{8}}{10^3 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{12}} \cdot \frac{1}{6\cdot 10^3}\sqrt{\frac{7\cdot 3}{7{,}5}\cdot 10^{8}} = \frac{5\cdot 3}{6}\cdot 10^{-7}\sqrt{3\cdot 10^{8}} = \frac{5\cdot 3\cdot 0{,}5}{6}\cdot 10^{-7} = \frac{5}{4}\cdot 10^{-4}\,(c^{-1}) = 10^{d^{-1}}$$

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{30^d} + 10^{d^{-1}} \simeq \frac{1}{0{,}1^d} \qquad \boxed{T_2 \simeq 0{,}1^d}$$

— вероятно неправильно очень маленькая величина

5. Геометрические характеристики нашей галактики.



Количество звезд $N \simeq 10^{11}$,

В нашей модели концентрацию считаем постоянной, тогда

$n\cdot\left(\pi\cdot(15\,кпк)^2\cdot 0{,}8\,кпк\right) \simeq 10^{11}$

Межзвездное поглощение в диске тоже буду считать постоянным, а все звезды приму за Солнца.

Для звезд в диске

$m(d) = M_\odot + 2\frac{m}{кпк}\cdot d + 5\lg\left(\frac{d}{10\,пк}\right)$

Проверю можно ли считать область наблюдения сферой

$\left(\frac{0{,}3\cdot 10^3}{10^{11}}\right)^{-1} = \frac{\pi\cdot 225\cdot 0{,}8\cdot кпк^3}{\frac{4}{3}\pi\cdot r^3}$,

$\cancel{r \simeq \sqrt[3]{\frac{3}{4}\,225\cdot 0{,}8\cdot\frac{10^{11}}{0{,}3\cdot 10^3}} = \sqrt[3]{4{,}5\cdot 10^{4}} = \sqrt[3]{45}\cdot 10 = \simeq 3{,}5\cdot 10}$

$3{,}75\times 2{,}25 = 1{,}6875$; $1{,}69\times 0{,}8 = 1{,}352$; $1{,}35\times 3{,}33 = 4{,}4955$; $3{,}5\times 3{,}5 = 12{,}25$; $12{,}25\times 3{,}5 = 42{,}875$; $2{,}56\times 1{,}6 = 4{,}096$; $1{,}35\times 3 = 4{,}05$; $1{,}8\times 1{,}8 = 3{,}24$; $1{,}6\times 1{,}6 = 2{,}56$

$r = \sqrt[3]{\frac{3}{4}\cdot 2{,}25\cdot 0{,}8\cdot 10^2\cdot\frac{0{,}3\cdot 10^3}{10^{11}}}\,кпк = \sqrt[3]{1{,}35\cdot 0{,}3}\,кпк \simeq$

$\simeq \sqrt[3]{0{,}4}\,кпк$. Проверка успешная

Область набл-ия сфера.

Пропуск-ая способность инструмента.

$$m_{max} = 4{,}83^m + 2\,\frac{m}{кпк}\,\sqrt[3]{94}\cdot кпк + 5\lg\left(\frac{\sqrt[3]{94}\cdot 10^3}{10}\right)$$

$$\sqrt[3]{94} = 98\sqrt[3]{\frac{0{,}4}{0{,}8^3}} = 98\left(1-\frac{0{,}11}{0{,}51}\right)^{\frac{1}{3}} = 98\left(1-\frac{1}{3}\,\frac{1}{5}\right) \simeq 975$$

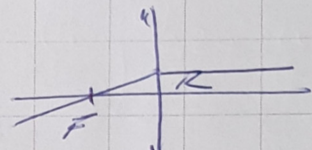
$$m_{max} = 4{,}83^m + 2\cdot 0{,}75 + 5\underbrace{\lg 7{,}5}_{\simeq 4^m} + 5\lg 10 =$$

$$= 4{,}83^m + 1{,}5^m + 5^m + 4^m \simeq 15^m$$

Ответ: $m_{max} \simeq 15^m$

2. Известно выражение для отклонения гравитационной линзы

$$\alpha = \frac{2GM_\odot}{Rc^2} \text{ при этом}$$



$$\alpha \simeq \frac{R}{F} \simeq \frac{R}{k/M_\odot} = \frac{RM_\odot}{k} \qquad F \sim \frac{1}{M}$$

$$\frac{2GM_\odot}{Rc^2} = \frac{RM_\odot}{k}, \quad k = \frac{R_\odot^2 c^2}{2G}$$

$$k = \frac{(97\cdot 10^3)^2\cdot 9\cdot(10^8)^2}{2\cdot 7\cdot 10^{-11}}\ м\cdot кг \simeq \frac{10^{18}\cdot 10^{16}}{10^{-11}}\cdot\frac{0{,}7\cdot 9}{2\cdot 7}\ м\cdot кг \simeq$$

$$\simeq \frac{1}{2}\,10^{45}\ м\cdot кг \text{ — много!!!}$$

$$\boxed{F = \frac{k}{M}}$$

Подставив $\alpha = 1{,}''75$ можно проверить корректность