

№3

Лабораторная длина волны линии $\lambda_{\text{lab}} = 6563 \text{ \AA}$
 Найдём красное смещение: $z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{7900 - 6563}{6563}$

$z \approx 0,2$. Теперь найдём расстояние до галактики
 $c z = H R \Rightarrow R = \frac{c z}{H} = \frac{0,2 \cdot 300000 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{70 \frac{\text{км}}{\text{Мпк} \cdot \text{с}}} \approx 8,5 \text{ Мпк}$

Уширение линии происходит из-за вращения галактики, таким образом, используя эффект Доплера:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}; \quad \text{т.к. ширина линии равна } 16 \text{ \AA} \Rightarrow \Delta \lambda = 8 \text{ \AA}$$

Значит, это скорость вращения галактики: $v_r = \frac{c \Delta \lambda}{\lambda} = \frac{300000 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot 8 \text{ \AA}}{7900 \text{ \AA}} \approx 300 \frac{\text{км}}{\text{с}}$, т.к. галактика спиральная \rightarrow

по соотношению Талли-Фишера $L \sim v^4$;
 сравним с Млечным путем, скорость вращения которого: $v_0 \approx 200 \frac{\text{км}}{\text{с}}$
 $\frac{L}{L_0} \sim \frac{v^4}{v_0^4}; \quad \frac{v^4}{v_0^4} = \frac{300^4}{200^4} = \frac{(3 \cdot 10^2)^4}{(2 \cdot 10^2)^4} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16} \approx 5$

Имеем: $\frac{L}{L_0} \approx 5$, где L_0 - светимость Млечного пути

Найдём абс. зв. величину галактики, зная, что $M_0 = -21^m$ - абс. зв. вел. Млечного пути

$$M - M_0 = -2,5 \lg \frac{L}{L_0} \Rightarrow M = M_0 - 2,5 \lg 5; \quad \lg 5 \approx 0,7$$

$$M = -21 - 2,5 \cdot 0,7 = -21 - 1,75 = -22,75^m$$

Теперь найдем видимую зв. вел:

$$M = V + 5 - 5 \lg \Gamma \Rightarrow V = M - 5 + 5 \lg \Gamma$$

$$V = -22,75 - 5 + 5 \cdot \lg 8,5 \cdot 10^6; \lg 8,5 \cdot 10^6 \approx 7$$

$$V = -27,75 + 35 = 7,25^m$$

Ответ: $7,25^m$

№4

Масса Юпитера $M_J \approx 0,1 M_\odot$, где M_\odot - масса Солнца,
Значит, что после падения масса Солнца будет:

$$M = M_\odot + M_J; \text{ЗСММ: } \Gamma_1 r_1 = \Gamma_2 r_2$$

$$\Gamma_1 m_1 v_1 = \Gamma_2 m_2 v_2, \text{ тогда } \frac{v_2}{v_1} = \frac{R_1 \cdot M_\odot}{R_2 \cdot M}; v_1 \approx$$

После падения Юпитера объем Солнца станет:

$$V_2 = V_\odot + V_J, \text{ где } V_\odot - \text{объем Солнца изначально;}$$

$$\text{т.к. } \rho_{\text{вн}} \approx \rho_{\text{вн}}; V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R_2^3 = \frac{4}{3} \pi (R_\odot^3 + R_J^3)$$

$$R_2 = \sqrt[3]{R_\odot^3 + R_J^3}; R_J \approx 0,1 \cdot R_\odot \Rightarrow$$

$$\rightarrow R_2 = \sqrt[3]{1,001 R_\odot^3} \approx R_\odot, \text{ значит, что}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{M_\odot}{M}; M = M_\odot + M_J = 2 \cdot 10^{30} + 2 \cdot 10^{27} = 2,2 \cdot 1,001 \cdot 10^{30} \approx$$

$$\approx 2,2 \cdot 10^{30} \approx 2 M_\odot$$

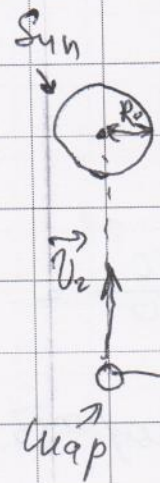
Значит, что $v_2 \approx v_1$, осталось оценить v_1

$$v_1 \approx \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{22} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{7 \cdot 10^8}} = \sqrt{2 \cdot 10^{24}} \approx 447 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$v_1 \approx 2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Продолжение задачи №4 на стр №3

N1



Т.к. шар запускают точно в направлении Солнца, значит он будет иметь 2 составляющие скорости v_1 и v_2 ; $v_1 \approx 30 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ — орбитальная скорость Земли, таким образом, чтобы шар успешно долетел, он должен по направлению v_1 пройти расстояние меньше, чем радиус Солнца $r < R_☉$; критический случай $r \approx R_☉$, найдём время, за которое шар пройдёт вдоль v_1 расстояние $r \approx 700000 \text{ км}$

$$t = \frac{700000 \text{ км}}{30 \frac{\text{км}}{\text{с}}} = \frac{7 \cdot 10^4 \text{ с}}{3} \approx 2,3 \cdot 10^4 \text{ с}$$

Теперь найдём скорость v_2 , которая направлена на центр Солнца, расстояние, которое нужно пройти $S \approx 1 \text{ а.е.} = 150 \cdot 10^6 \text{ км}$ (т.к. $R_☉ \ll S \rightarrow S \approx \text{а.е.}$)

$$v = \frac{S}{t} = \frac{150 \cdot 10^6 \text{ км}}{2,3 \cdot 10^4 \text{ с}} \approx 65,2 \cdot 10^2 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 6520 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Ответ: $6520 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

N4 Продолжение: Однако, т.к. $M_☉ \ll M_{\text{шар}}$
 ~~$R_☉ \ll R_{\text{шар}}$~~

Можно считать импульс шара при падении, он весь передаётся Солнцу, отчего оно станет быстрее вращаться. Т.к. радиус орбиты меняется медленно $\Rightarrow v_☉ \approx \text{const}$; $\omega_☉ = \frac{2\pi R_☉}{T_☉}$; $R_☉ = 520 \text{ а.е.} \approx 7,8 \cdot 10^8 \text{ км}$
 $T_☉ \approx 11,9 \text{ лет}$

$$v_5 = \frac{2\pi \cdot 7,8 \cdot 10^8 \text{ м}}{11,9 \cdot 8 \cdot 10^7 \text{ с}} = \frac{8}{6} \cdot 10 = 13 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$p_{до} = p_{после} : M_3 \cdot v_{бр} + M_5 \cdot v_5 \approx M_3 v_2$

$$v_2 = \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 2 \frac{\text{км}}{\text{с}} + 2 \cdot 10^{27} \text{ кг} \cdot 13 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{2 \cdot 10^{30} \text{ кг}} = \frac{4 \cdot 10^{30} + 26 \cdot 10^{27}}{2 \cdot 10^{30}} = \frac{24 \cdot 10^{27} (10^3 + 6)}{2 \cdot 10^{30}} \approx \frac{2 \cdot 10^3}{10^3} \Rightarrow v_2 \approx 2 \frac{\text{км}}{\text{с}}, \text{ скорость}$$

вращение всё равно, край звезды не излучает светом, период орбиты: $T = \frac{2\pi R_3}{v_2}$
 Ответ: $v_2 \approx 2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$; $T = \frac{2 \cdot 3 \cdot 700000 \text{ км}}{2 \frac{\text{км}}{\text{с}}} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 0,07 \text{ года} \approx 25,5 \text{ дней}$
 Ответ: 25,5 дней

Теорема Зеемлера: $\frac{N(m+1)}{N(m)} = 4$, считая, что распределение звезд в пространстве однородно, можем сказать, что это все звезды - তারা

Солнца, можем сказать, что $N(m) = N(0) \cdot 4^m$
 всего звезд, где зв. вел. меньше 0 мгла, три: Канопус, Арктиур и Сириус, однако у Сириуса зв. вел $m_{\text{сир}} < -1^m \Rightarrow N(0) \approx 2$

всего как себе видно всего звезд невооружен. глазами, значит, что $N(0) + N(1) + N(2) + \dots + N(6) = 6000$
 $N(0)(4^1 + 4^2 + \dots + 4^6)$, таким образом, чтобы найти предельную зв. величину, нужно найти макс. степень, в которую будет возведена 4

$$N(x) = N(0)(4^1 + 4^2 + \dots + 4^x); \quad \frac{N(x)}{N(0)} = \frac{300,6 \cdot 10^6}{2} \approx 150 \cdot 10^6$$

2 прохода на стр 5

N1 продолж.

$$\text{Имеем: } 6000 (4^7 + \dots + 4^x) = 150 \cdot 10^6 / 6000$$

$$(4^7 + 4^8 + 4^9 + \dots + 4^x) = \frac{150 \cdot 10^6}{6000} = 25 \cdot 10^3$$

$$\text{Имеем: } 6000 + 4^7 + \dots + 4^x = 150 \cdot 10^6$$

$$4^m = 2^{2m}, \text{ значит } 6000 + 2^{14} + 2^{16} + 2^{18} + \dots + 2^{2x} = 150 \cdot 10^6$$

$$6000 + 16384 + 65536 + 262144 + 1048576 + \dots + 2^{2x} = 150 \cdot 10^6$$

$$21397000 + 2^{22} + 2^{24} + \dots + 2^{2x} = 150 \cdot 10^6$$

$$5600000 + 2^{24} + \dots + 2^{2x} = 150 \cdot 10^6$$

$$21,6 \cdot 10^6 + 2^{26} + \dots + 2^{2x} = 150 \cdot 10^6$$

$$98,6 \cdot 10^6 + 2^{28} + 2^{2x} = 150 \cdot 10^6$$

при добавлении 2^{28} левая сторона ур-я

будет больше правой $\Rightarrow x \in (13, 14)$, т.к.

$2^{28} \gg 15 \cdot 10^6 \rightarrow$ можно с любой точностью

сказать, что $x = 13^m$, предельная зв. величины

каждого астрон. инструмента $m_{\text{lim}} \approx 13^m$, ~~т.к.~~

где m , предельная зв. вел. будет примерно

$$m_{\text{lim}} \approx 13,4^m$$

$$\text{Ответ: } m_{\text{lim}} \approx 13,4^m \quad m_{\text{lim}} \approx 13^m$$

N2

Всем известна ф-ла для угла грав. минимизации

$$\theta = \frac{48M}{Rc^2}, \text{ осталось вывести её}$$

Истин. полет. * вид. полет. Происходит явление гравитационного искривления из-за искривления пространства временем, согласно Общей теории относительности.

Солнце Земля отклоняется левее ЭМВ, найдены минимальное смещение, которое можно зарегистрировать с Земли: $\theta_{min} = \frac{\lambda}{D}$, где $D \approx 10000 \text{ км}$ - примерный диаметр Земли, т.к. не во всех точках Земли можно расположить телескоп, тогда имеем: $\theta = \frac{4\delta M}{Rc^2} = \frac{4\delta}{Rc^2 F}$

$\theta = \theta_{min} \Rightarrow \frac{4\delta}{Rc^2 F} = \frac{\lambda}{D} \Rightarrow F = \frac{4\delta D}{Rc^2 \lambda}$

Осталось найти λ : в первый раз, когда обнаружили гравитационное искривление при солнечном затмении Капелланом в оптич. спектре области спектра, значит, можно взять $\lambda \approx 550 \text{ нм}$

Имеем: $F = \frac{4\delta D}{Rc^2 \lambda}$, где $D \approx 10000 \text{ км}$
 $\lambda \approx 550 \text{ нм}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$F = \frac{4 \cdot 7 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 10^6 \text{ м}}{R \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 550 \cdot 10^{-9}} = \frac{328 \cdot 10^{-2}}{R \cdot 9 \cdot 550 \cdot 10^{12}} \approx \frac{0,054 \cdot 10^{-12}}{R}$$

Истин. полет. * вид. полет.

Ответ: $F = \frac{0,054 \cdot 10^{-12}}{R}$

$\theta = \frac{4\delta M}{Rc^2}$

т.к. θ - малый угол $\Rightarrow \text{tg } \theta_{\text{рад}} \approx \theta_{\text{рад}} \Rightarrow \frac{R}{F} = \frac{4\delta M}{Rc^2}$ вид. полет.

Имеем: $\frac{R}{F} = \frac{4\pi M}{Rc^2} \Rightarrow F = \frac{R^2 c^2}{4\pi M}; F \sim \frac{1}{M}$

-выполняется

Однако, выглядит неверным, т.к. получается, что условный размер Солнца равен $1,75''$, что естественно неверно.

Поэтому что был сделан неверный рисунок.

