XXVI Санкт-Петербургска олимпиада по астрономия

Соф-08

$$a = \frac{GM}{R^2} = 3\cdot 10^3\ m/s^2 \qquad R = \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

Разширяването на линиите е, защото звездите се движат около осите си и се получават различни лъчеви скорости.

$\lambda_0 = 23140\ \mathring{A}$ $\qquad v_{1orb} = \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_0}\cdot c = 44\ km/s$

$\Delta\lambda_1 = 0{,}34\ \mathring{A}$

$\Delta\lambda_2 = 0{,}36\ \mathring{A}$ $\qquad v_{2orb} = \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_0}\cdot c = 4{,}7\ km/s$

Но осите им на въртене могат да имат ъгъл спрямо зрителния лъч и истинските им скорости са

$$v_{1orb}' = \frac{v_{1orb}}{\cos\alpha} \quad и \quad v_{2orb}' = \frac{v_{2orb}}{\cos\alpha}.$$

$$\frac{v_{1orb}'\cdot T_{orb1}}{2\pi} = R_1 \Rightarrow T_{orb1} = \frac{2\pi R_1}{v_{1orb}'}$$

$$\frac{R_1^3}{T_{orb1}^2} = \frac{Gm_1}{4\pi^2}$$

$$\frac{R_1^3}{\frac{\cancel{4\pi^2} R_1^2}{v_{1orb}'^2}} = \frac{Gm_1}{\cancel{4\pi^2}}$$

$$R_1\cdot v_{1orb}^2 = Gm_1$$

$$\sqrt{\frac{Gm_1}{a}}\cdot v_{1orb}^2 = Gm_1$$

$$m_1 = \frac{v_{1orb}'^4}{aG} = \frac{v_{1orb}^4}{\cos^4\alpha\, aG}$$

Същото важи и за другата звезда:

$$m_2 = \frac{v_{2orb}^4}{\cos^4\alpha\, aG}$$

Соф - 08

От графиката намираме:

$v_{r_1} = 30\,km/s$ и $T_r = 0{,}72\,d$

$v_{r_2} = 25\,km/s$, но това пак са лъчеви скорости, които зависят от ъгъла на орбиталната равнина и зрителния лъч и реалните стойности са

$$v_{r_1}' = \frac{v_{r_1}}{\cos\alpha} \quad \text{и} \quad v_{r_2}' = \frac{v_{r_2}}{\cos\alpha}.$$

$$r_1 = \frac{v_{r_1}' \cdot T_1}{2\pi} = \frac{v_{r_1} \cdot T_1}{\cos\alpha\, 2\pi} \quad \text{и} \quad r_2 = \frac{v_{r_2}' \cdot T_1}{2\pi} = \frac{v_{r_2} \cdot T_1}{\cos\alpha\, 2\pi}$$

$$\frac{(r_1+r_2)^3}{T_1^2} = \frac{G(m_1+m_2)}{4\pi^2}$$

$$\frac{\left(\frac{v_{r_1} \cdot T_1}{\cos\alpha\, 2\pi} + \frac{v_{r_2} \cdot T_2}{\cos\alpha \cdot 2\pi}\right)^3}{T_1^2} = \frac{G\left(\frac{v_1 \sigma T_{eff}^4}{\cos^4\alpha \cdot a \cdot G} + \frac{v_2 \sigma T_{eff}^4}{\cos^4\alpha \cdot a \cdot G}\right)}{4\pi^2}$$

$$\frac{\frac{T_1^3}{\cos^3\alpha \cdot 8\pi^3}\cdot(v_{r_1}+v_{r_2})^3}{T_1^2} = \frac{G \cdot \frac{1}{\cos^4\alpha \cdot a \cdot G}\left(v_1\sigma T_{eff}^4 + v_2 \sigma T_{eff}^4\right)}{4\pi^2}$$

$$\frac{T_1}{2\pi}(v_{r_1}+v_{r_2})^3 = \frac{(v_1\sigma T_{eff}^4 + v_2\sigma T_{eff}^4)}{\cos\alpha \cdot a}$$

$$\cos\alpha = \frac{2\pi\,(v_1\sigma T_{eff}^4 + v_2\sigma T_{eff}^4)}{T_1\,(v_{r_1}+v_{r_2})^3 \cdot a} =$$