№1

Т.к. ~~часы~~ гражданские часы показывали 19 часов, то солнечное время было равно 18 ч, ведь в России действует декретный час. А так как дата равна 21 сент., склонение Солнца равно 0°. Из этих данных мы можем сделать вывод, что Солнце в момент наблюдения находится ровно в точке запада. Нам известно, что у Луны освещена ровно половина диска, а значит угловое расстояние между Луной и Солнцем 90°, следовательно Луна ~~располагается~~ находится в верхней кульминации. Формула верх. кульм. $h_{вк} = 90 - \varphi + \delta + i$, где φ - широта ($\varphi_{СПБ} = 60°$), δ - склонение ($\delta \in [-23,5°; 23,5°]$), i - наклон орбиты Луны ($i \in [-5,1°; 5,1°]$), тогда $h_{вк} = 90 - 60 + 23,5 + 5,1 = 58,6° \approx 60°$. А располагается она в Стрельце.

№2.

Определим период обращения кометы Галлея вокруг Солнца. Заметим, что с момента перигелия до афелия прошло 2024 - 1986 = 38 лет, что составляет половину периода, тогда $T = 2 \cdot 38 = 76$ лет. Также заметим, что с момента афелия прошло всего 2 месяца. Тогда скорость сейчас примерно равна скорости в афелии, ведь 2 месяца $\ll$ 76 лет. Используя 3-ий закон Кеплера получаем, что $T^2 = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{76^2} = \sqrt[3]{5776} \approx 20$ а.е.

$$\begin{array}{r} \times 76 \\ 76 \\ \hline 456 \\ +532 \\ \hline 5776 \end{array}$$

Зная эксцентриситет ($e \approx 0,96$), находим афелийную скорость

$$v_A = \sqrt{G\frac{M(1-e)}{a(1+e)}} = \sqrt{\frac{\cancel{6}7 \cdot \cancel{2} \cdot 10^{-11} \cdot 10^{30} \cdot 0,04}{20 \cdot 150 \cdot 10^{9} \cdot \cancel{2}}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{8} \cdot \cancel{4}1}{\cancel{3000}\,750}} \approx \sqrt{\frac{10^{8}}{100}} = 1000\ м/с = 1\ км/с$$

№3

Запуск первого спутника состоялся в 1957 году, определим где был сатурн в том год. Для начала определим синодический период Сатурна $S=\left(\frac{1}{T_\oplus}-\frac{1}{T_♄}\right)^{-1}=\left(1-\frac{1}{30}\right)^{-1}=\frac{30}{29}$ года.

Заметим, что Синодический период больше года, а значит Земля совершит 1 оборот вокруг солнца и еще немного сместится. Это смещение составит $S-T_\oplus=\frac{30}{29}-1=$ $=\frac{1}{29}$ года. С момента запуска ИСЗ прошло $2024-1957=$ $=67$ лет. За это время произошло $\frac{67}{\frac{30}{29}}=\frac{67\cdot 29}{30}\approx 67$ раз

А значит общее смещение составит $67\cdot\frac{1}{29}\approx 2,3$ год. Полные обороты нас не интересуют, а значит смещение равно 0,3 года ≈ 108 дн. $\approx 3,5$ месяц. Получается сатурн находился в том же созвездии, что и Солнце в середине Октября, то есть Весы, а значит правы авторы.

№4.

Определим моменты когда вампиры смогут жить. Это будет 13 полных ночей ($6+6+1=13$), когда Луна недостаточно яркая. В остальные дни они смогут жить только когда и Луна, и Солнце опустятся под горизонтом. Движение Луны равно $\omega_☾=0,51°/час=12°/день$. То есть за 1 день луна сместится на 12° или ~1 час, а значит каждый последующий день до Полнолуния вампиры смогут существовать на 1 час меньше, пока не наступит полнолуние и они вообще не смогут существовать. Также заметим, что Луна начинает светить достаточно сильно через 6 дней после новолуния, то есть в фазе первой четверти, в этот момент угол между Солнцем и Луной равен 90°, а значит вампир сможет существовать $\frac{1}{4}$ суток.

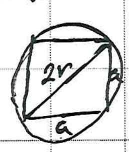
№4 (продолжение)

Тогда доля времени, пригодного для существования вампиров равна $\frac{13\cdot\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{4}+\frac{0}{24}}{2}\cdot 7+\frac{\frac{1}{4}+\frac{0}{24}}{2}\cdot 7}{30} = \frac{13\cdot\frac{1}{2}+7\left(\frac{1}{4}+\frac{0}{24}\right)}{30} = \frac{\frac{13}{2}+\frac{7\cdot 6}{24}}{30} = \frac{\frac{26+7}{4}}{30} = \frac{33}{4}:30 =$

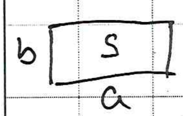
$= \frac{33}{4\cdot 30} \approx \frac{1}{4}$

№5.

Предположим, что пятно будет являться идеальным кругом, а его размер будет не маленьким ($r=\frac{1}{10}R$, где r - радиус пятна, а R - радиус солнца). Из условия,



что пятно должно занимать площадь 4×4 пикселя мы можем посчитать радиус пятна в пикселях. $r=\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\approx 3$ пикселя. Теперь определим размер одного пикселя. Пусть a длина



матрицы, b - ширина. Т.к. количество пикселей равно 30 млн., мы получаем, что $a\cdot b=30$ млн. Также из линейных размеров матрицы и того факта, что все пиксели квадратные, мы узнаем, что $\frac{a}{b}=\frac{36}{24}=1{,}5 \Rightarrow a=1{,}5b$, тогда $a\cdot b=1{,}5b\cdot b=1{,}5b^2=$ $=30$ млн. $\Rightarrow b=\sqrt{20\cdot 10^6}\approx 4{,}5\cdot 10^3=4500$ пикселей. Тогда размер пикселя равен $\frac{24}{4500}\approx\frac{1}{180}$ мм, а пятно будет иметь диаметр $6\cdot\frac{1}{180}=\frac{1}{30}$ мм. Тогда из соотношения:

$\frac{\frac{1}{30}\text{ мм}}{F\text{ мм}}=\frac{D\text{ км}}{a_\oplus\text{ км}}$, где $D=2r=\frac{1}{5}\cdot R=\frac{700000}{5}=140000$ км, мы получаем, что $F=\frac{a_\oplus\text{ км}}{30\,D\text{ км}}=\frac{150\cdot 10^6}{30\cdot 140000}=\frac{10^6}{30\cdot 10^3}=\frac{100}{3}\approx 33$ мм.

Шифр участника: ____________________ Страница: ________ из ________