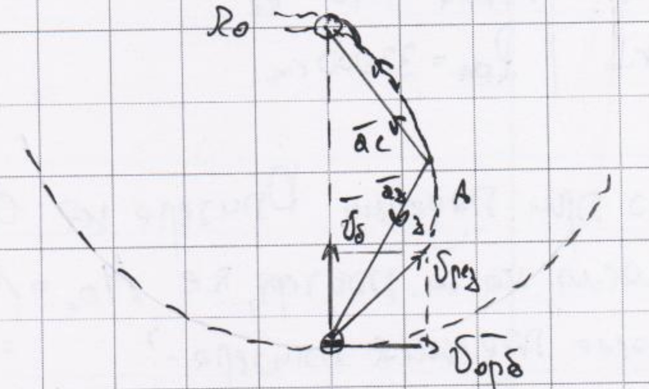
№1



$v_{рез} = \sqrt{v_б^2 + v_{орб}^2}$

$v_{орб} = 30\frac{км}{с}$. В точке A шар обладает след. ускорениями:

$$\begin{cases} a_c = \frac{GM_0}{r_c^2} \\ a_з = \frac{GM}{r_з^2} \end{cases}$$

III з-н Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad и \quad v_{рез} = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

G, M, r - знаем, a - ?

$$a = \frac{1 а.е + 7\cdot10^5 км}{2} \approx \frac{1,007 а.е}{2}$$

Тогда в системе масс солнце-годы-а.е: $v_{\frac{ае}{год}} = \sqrt{10\left(2-\frac{2}{1,007}\right)}$

$$\Rightarrow v_{\frac{ае}{год}} \approx 0,1\frac{ае}{год} \approx \frac{0,1\cdot1,5\cdot10^8}{\underbrace{365\cdot24\cdot3600}_{\approx10^7\cdot3}} \approx \frac{1}{2}\frac{км}{с} = v_{рез}, \text{ т.е}$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{v_{бр}^2 + v_{ор}^2} \ldots,$$

Ответ: $12\frac{км}{с}$

№4. Сначала выпишем известные данные:

$M_\odot = 2\cdot10^{30}$ кг | $M_{юпи} = 2\cdot10^{27}$ кг

$R_\odot = 7\cdot10^5$ км | $R_{юп} = 32000$ км

Будем считать, что при падении Юпитера на Солнце масса Солнца возросла на м. Юпитера, т.е. $M_{\odot к} = M_\odot + M_{юп}$ $= 2{,}002$ кг

Радиус солнца после падения Юпитера - ?

$$\frac{4\pi}{3} R^3_{\odot кон} = \frac{4}{3}\pi R^3_\odot + \frac{4}{3}\pi R^3_{юп} \Rightarrow R_{\odot кон} \approx 7{,}02\cdot10^5 \text{ км.}$$

Скорость вращения солнца определим так: Выберем точку на Солнце, для неё запишем 3-й Кеплера: $\frac{T^2_{точк}}{R^3_\odot} = \frac{4\pi^2}{GM_\odot}$

Т.е. Tсолнца после падения: $T^2_{кон} = \frac{R^3_{\odot к}\cdot4\pi^2}{GM_{\odot к}}$. В системе

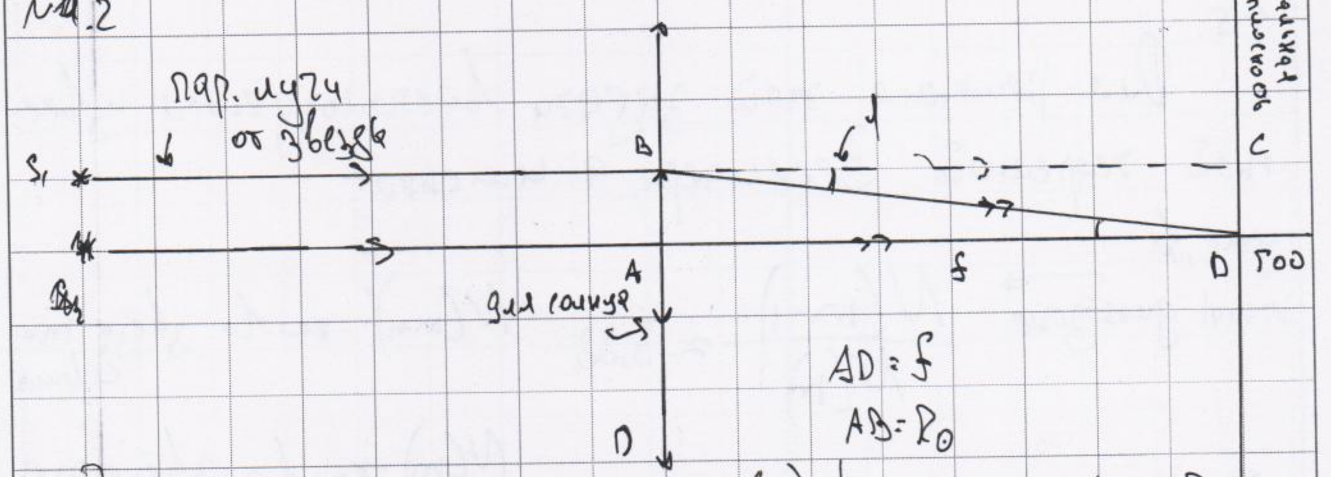
масс солнца - а.е. - годах: $T^2_к = \frac{\left(\frac{7{,}02}{1{,}5\cdot10^3}\right)^3}{1{,}002\,M_\odot}$

$\Rightarrow T_к \approx \frac{8}{10^{4{,}5}}$ лет

очевидно, что T возрастёт (по сравнению с T до падения)

Ответ: $T_{кон} \approx \frac{8}{10^{4{,}5}}$ года, период обращения увеличится

№2



] $\varphi = DBC$, тогда $\varphi = 1{,}75''$ (по условию), тогда $\angle ADB = \angle\varphi$ (как накр. лежащие) | $tg\angle ADB = \frac{AB}{AD} = \frac{R}{f}$

$\Leftrightarrow f = \frac{R}{tg\varphi}$ При этом $f \sim \frac{1}{M}$, т.е $f \sim \frac{R}{tg\varphi \cdot M}$

Посмотрим на размерность: $[м \sim \frac{м}{кг}]$ надо через коэф. избавиться от килограммов.

Добавим в формулу G: $f \sim \frac{R}{tg\varphi \cdot M \cdot G}$, $[м \sim \frac{м}{\frac{кг \cdot м^3}{кг \cdot c^2}} = \frac{c^2}{м^2}]$

Чтобы избавиться от квадрата, помножим формулу на c (да и в принципе можно предположить, что f зависит от скорости распр. света в среде), тогда

$f \sim \frac{R \cdot c^2}{tg\varphi \cdot M \cdot G}$, и т.к линза у нас „объемная", получим, что

$$f = tg 1{,}75'' \cdot \frac{R^2 \cdot c^2}{MG} \approx \frac{1{,}75 \cdot c^2}{206265 \cdot G} \cdot \frac{R^2}{M}$$

Ответ: $\approx \frac{c^2}{10^5 G} \cdot \frac{R^2}{M}$

№5.

Для решения этой задачи воспользуемся известной теоремой Зеелигера, а именно:

уже в visual диапазоне $\frac{N(m+1)}{N(m)} \approx 3{,}88$ $N(m+1)$ - кол-во звёзд $m+1$ велич.

$N(m)$ - кол-во звёзд m вел.

Теорема хорошо описывает реальную ситуацию (например, звёзд ярче 1й вел. известно 15, а по теореме их 16). Отклонения от неё обусловлен. неравномерным ~~(кост.)~~ ~~с~~ расположением звёзд в ~~галактике~~ Галактике.

Тогда распишем ~~ст~~ степени 4ки: ← возводить в степень 3,88 без калькулятора неприятно, так будем считать, что $3{,}88 \approx 4$

степень	значение
1	4
2	16
3	64
4	256
5	1024
6	4096
7	16384
8	65536
9	$\sim 2\cdot10^5$
10	$\sim 10^6$
11	$\sim 4\cdot10^6$ (=4194304)
12	$\sim$ ~~4·10^6~~ $\sim 1{,}6\cdot10^7$

13 - $7{,}5\cdot10^7$

14 - $3074\cdot10^5$

Т.е. $4^{14} \approx 307400000$, что очень близко к 300 615 205

Получилось больше из-за того, что я возводил 4 в степень, а не 3,88

Ответ: ~~т~~ мудрец видит звёзды ~14 величины!

(т.е. у него есть телескоп с апертурой ~200мм !!!)

№3

Известно, что лабораторная длина волны H_α $\approx 6560 Å$. Наблюдаем мы же $\lambda_{H_\alpha \text{ набл}} = 7900 Å$, что свидетельствует о том, что галактика удаляется от нас. Почему? Пикулярными скоростями мы пренебрегаем, т.к они малы $\to$ удаление обусловлено космологическим расширением вселенной.

Тогда имеем: $v_{уд} = H \cdot r$, где $H = 70 \frac{км/с}{мпк}$

$$\lambda_{H_\alpha \text{ лабор}} = \lambda_{H_\alpha \text{ вид}} \left(1 - \frac{v_{уд}}{c}\right) \Rightarrow \lambda_{лаб} = \lambda_{H_\alpha \text{ набл}} \left(1 - \frac{H \cdot r}{c}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{6560 Å}{7900 Å} = 1 - \frac{70 \frac{км/с}{мпк} \cdot r}{3 \cdot 10^5 \frac{км}{с}} \Rightarrow \frac{134}{790} = \frac{70 \cdot r(мпк)}{3 \cdot 10^5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{\approx 1 \cdot 10^2}{134} \cdot 3 \cdot 10^5}{\underset{\approx 400 \cdot 2}{790 \cdot 70}} = r(мпк) \approx \frac{3}{4} \cdot 10^3 \text{ мпк} = 750 \text{ мпк}.$$ Таким образом, расстояние до галактики ≈ 750 мпк.

Зная ширину линии, найдем тангенциальную скорость края галактического диска: $$\frac{\lambda_{наб}}{\underbrace{\lambda_{набл} + 8 Å}_{\text{половина ширины}}} = 1 - \frac{v_\tau}{c}$$

$\Rightarrow \frac{8}{7908} = \frac{v_r}{3\cdot10^5} \Rightarrow v_r = \frac{10^5\cdot 8}{2636_{\approx 330}} \Rightarrow v_r \approx 303\ \frac{км}{с}$.

Известно, что $v_{солнца} \approx 250\ \frac{км}{с}$, при этом солнечная сист. отно центра галактики находится в рукаве Ориона, ближе к краю галактики. Поэтому, я буду считать что танг. скорость края диска Млечн. Пути тоже $\approx 300 \frac{км}{с}$.

Учитывая это и факт того, что спиральные галактики похожи друг-на друга, будем считать, что $M_{галак.} = M_{млечн. пути} = 10^{42}\ кг = M_\odot^{10^{12}}$.

Пусть вся галактика состоит из Солнцеподобных звёзд, таких в реальности больш. тогда их будет $\sim 10^{12} M_\odot$ (пыли и газа в моей модели нет (галактика старая, из всего газа образовались звёзды). Пренебрегая экранированием, имеем: межзв. поглощение (пренебрегать нельзя, т.к. $R >> Мпк$)

$$\frac{\frac{10^{12} \cancel{L_0}}{\cancel{4\pi} r_{гал}^2}}{\frac{\cancel{L_0}}{\cancel{4\pi}\cdot 10_{пк}^2}} = 2{,}5^{4{,}8 - m_{гал} + (x)}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{10^{12}}\cdot 10^2_{пк}}{750^2_{пк}\cdot \cancel{10^{12}}} = 2{,}5^{4{,}8 - m_{гал} - x} \Rightarrow \frac{1}{75^2} = 2{,}5^{4{,}8 - m - (x)} \Rightarrow \frac{1}{75^2} = 2{,}5^{3-m}$$

1,8

$\Rightarrow 5525^{-1} = \cancel{75}\cdot 2{,}5^{3-m} \Rightarrow 3 - m \approx -9{,}5$ подбор в столбик

$\Rightarrow m \approx +12{,}5$ Ответ: $m \approx 12{,}5^{36.6}$