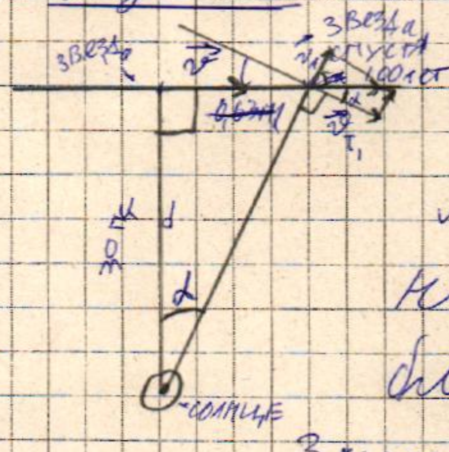
Шифр: 255

Задача 1



Так как у звезды отсутствует лучевая скорость, то можно сказать, что звезда находится на максимально близком расстоянии от Солнца. Значит ее полная скорость равна тангенциальной.

$\vartheta_\tau = 4{,}74 \cdot \frac{\mu_{год}}{\pi''} = 4{,}74 \cdot \mu_{год}(''/год) \cdot d(пк) = 4{,}74 \cdot 0{,}5''/год \cdot 30 пк = 4{,}74 \cdot 15\,''пк/год = 71{,}1$ км/с

$4{,}74 \cdot 15 = 2370 + 474 = 71{,}10$

~~За 100 лет она пройдет расстояние:~~

$\cancel{\frac{71{,}1 \cdot 86400 \cdot 365 \cdot 100}{150 \cdot 10^6 \cdot 206265} = \frac{71{,}1 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 365}{150 \cdot 10^2 \cdot 57{,}3 \cdot 3600} = \frac{71{,}1 \cdot 73 \cdot 24}{30 \cdot 10^2 \cdot 57{,}3} \approx \frac{5184 \cdot 24}{3000 \cdot 57{,}3} = \frac{30 \cdot 12}{57{,}3}} = \frac{36}{57{,}3} = 0{,}63$ пк

~~Из рисунка~~ $\cancel{\alpha = \mathrm{arctg}\,\frac{0{,}63}{30} = \mathrm{arctg}\,0{,}021 =}$

~~Т.к.~~ $\cancel{\vartheta = \cos\delta,\ то\ \vartheta_1 = \sin\delta \cdot \vartheta = 71{,}1}$

Видимый (оптический) диапазон ≈ 5500 Å, погрешность спектрометра 0,1 Å $\Rightarrow \frac{0{,}1 Å}{5500 Å} = \frac{\vartheta}{c} \Rightarrow \vartheta = \frac{c \cdot 0{,}1}{5500}$

Мин. луч скорость, которую мы можем ~~спектрограф~~ может регистрировать: $\vartheta = \frac{300000 км/с \cdot 0{,}1}{5500} = \frac{300}{55} = 5{,}5$ км/с

За 100 лет сдвинется на очень малое расстояние в сравнении с расстоянием до него.

$d = 30\text{пк} = 30 \cdot 206265\text{ае} \cdot 150 \cdot 10^{6}\text{км} = 6{,}2 \cdot 10^{6} \cdot 150 \cdot 10^{6} = 930 \cdot 10^{12}\text{км}$

А за пролетит: $l = 71{,}1\text{км/с} \cdot 86400 \cdot 365 \cdot 100 = 224{,}2 \cdot 10^{9}\text{км}$

Из рисунка: $\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{l}{d}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{224{,}2 \cdot 10^{9}}{930 \cdot 10^{12}}\right)$

Даже не считая угол, можно сказать, что он очень мал. И так же из рисунка $\vartheta_r = \vartheta \cdot \sin\alpha$, а $\sin\alpha$ малого угла примерно равен ему в радианах $\Longrightarrow$

$5{,}5 > \frac{71{,}1 \cdot x}{57{,}3}$, где $x = \sin\alpha$ и $\sin < \alpha$

Значит обнаружить лучевую скорость этой звезды нельзя.

Задача 3.

Антарес - α Скорпиона, красный сверхгигант, не входящий в главную последовательность. Его радиус характерен примерно $100 - 500 R_{\odot}$. Созвездие Скорпиона находится около созвездия Стрельца, в котором находится центр нашей Галактики. Это время

~~звезда => расстояние до нее не превышает 300 пк. Ту возможно примерно на расстоянии~~ $L = 150$ пк ~~= 48 а.е.~~. ~~Тогда~~ $R_{\text{ант}} = 356 R_{\odot}$

~~β - угл. размер диска Антареса.~~

$$\cancel{\beta = \frac{206265'' R_{ант}}{L} = \frac{206265'' \cdot 350 \cdot 700.000\text{ км}}{150 \cdot 10^6\text{ км} \cdot 150 \cdot 206265 а.е.} = \frac{4.900.000}{950 \cdot 10^6} = \frac{4{,}9 \cdot 10^6}{450 \cdot 10^6} \approx 0{,}01''}$$

Продолжение на стр. 9

Задача 2

По формуле Погсона:

$$\frac{L_1}{L_2} = 2{,}512^{m_2 - m_1}; \quad \frac{L_{зв}}{L_{\odot}} = 2{,}512^{M_{\odot} + 4{,}6} = \frac{R_{зв}^2 \cdot T_{зв}^4}{R_{\odot}^2 \cdot T_{\odot}^4}$$

$$R_{зв}^2 = \frac{R_{\odot}^2 \cdot T_{\odot}^4 \cdot 2{,}512^{4{,}8+4{,}6}}{T_{зв}^4} = \left(\frac{5800\text{K}}{3400}\right)^4 \cdot (700.000)^2 \cdot 2{,}512^{4{,}8+4{,}6}$$

$$R_{зв} = \left(\frac{5800}{3400}\right)^2 \cdot 700000\text{ км} \sqrt{2{,}512^{9{,}4}} = 2{,}89 \cdot 700000 \cdot \sqrt{10^{3{,}16}} \approx$$

$$\approx 3 \cdot 700000 \cdot 10^1 = 2.100.000\,0\text{ км} = 210 \cdot 10^{5}\text{ км} = 210 \cdot 10^{4}\text{ км}$$

~~$v = \sqrt{GM}$~~ $\quad g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G}$

$$\cancel{M_{зв} = \frac{0{,}7 \cdot 210^2 \cdot 10^{10}}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} \approx \frac{0{,}1 \cdot 210^2 \cdot 10^{21}}{1} = 210^2 \cdot 10^{20} = 4{,}4 \cdot 10^{24}\text{ кг}}$$

$$M_{зв} = \frac{0{,}7 \cdot 210^2 \cdot 10^{16}}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} = \frac{0{,}1 \cdot 210^2 \cdot 10^{27}}{1} = 210^2 \cdot 10^{26} = 4{,}4 \cdot 10^{30}\text{ кг}$$

По III закону Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{зв}} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{T^2\cdot GM_{зв}}{4\pi^2}}$$

$$a_{пл} = \sqrt[3]{\frac{(73\cdot 86400)^2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}4\cdot 10^{30}}{4\cdot \pi^2}} = \sqrt{\frac{5329\cdot 7{,}5\cdot 10^{9}\cdot 6{,}67\cdot 1{,}4\cdot 10^{19}}{4\cdot \pi^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{5329\cdot 7{,}5\cdot 6{,}67\cdot 10^{28}}{\pi^3}} \approx 10^9\sqrt[3]{\frac{5329\cdot 7{,}5\cdot 6{,}67}{\pi\cdot\pi}} = \sqrt[3]{\frac{5329\cdot 5}{5}} =$$

$$= 10^9\cdot\sqrt[3]{5329\cdot 5} = 10^9\cdot\sqrt[3]{26{,}645} = 30\cdot 10^9 = 3\cdot 10^{10} м = 3\cdot 10^{7} км =$$

$$= \frac{3\cdot 10^7 км}{150\cdot 10^6} = \frac{3}{15} = 0{,}2 а.е$$

Его ~~нужно открыть~~ т.к. его следующий период 73 суток его средняя скорость по орбиты.

$$v_{ср} = \frac{2\pi a}{T} = \frac{2\cdot\pi\cdot 3\cdot 10^7 км}{86400\cdot 73 сут} = \frac{\pi\cdot 10^5}{144\cdot 73} \approx \frac{3\cdot 10^5}{11512} = \frac{3\cdot 10^5}{1{,}1\cdot 10^4} = \frac{30}{1{,}9} \approx 9\frac{км}{с}$$

43200

14400

А его первая космическая:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}4\cdot 10^{30}}{3\cdot 10^{10}}} = \sqrt{6{,}67\cdot 1{,}4\cdot 10^{9}} = 10^{4}\sqrt{9{,}14} = \cancel{7\cdot 10^{4}} =$$

$$\cancel{= 7\cdot 10^{9}\frac{м}{с} = 7\cdot 10^{6}\frac{км}{с}} \approx 8{,}4\cdot 10^{4} м/с = 84\frac{км}{с}$$

~~Видно~~. Из этого можно понять, что ~~его~~ орбита планеты сильно вытянутая. Можно примерно прикинуть, что

$$\vartheta_{кр} = \vartheta \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

$$\frac{\vartheta_{кр}}{\vartheta} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \Rightarrow \left(\frac{\vartheta_{кр}}{\vartheta}\right)^2 = \frac{1-e}{1+e} \Rightarrow \left(\frac{9}{84}\right)^2 = \frac{1-e}{1+e} \Rightarrow \frac{1}{86{,}5} = \frac{1-e}{1+e}$$

$$1+e = 86{,}5 - 86{,}5e$$

$$87{,}5e = 85{,}5 \Rightarrow e = \frac{85{,}5}{87{,}5} = 0{,}966$$

Задача 4

Т.к орбиты астероида и Земли почти круговые, то будем считать их круговыми. А значит ~~ближайшее~~ минимальное расстояние между ними будет в мин. соединении. Которое повторяется через 07.2097 − 01.2003 = = 06.94 = 94,5 года − это синодический период астероида. Т.к нам неизвестно, в какую сторону он вращается, то рассмотрим два варианта:

1) $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} + \frac{1}{T_{ас}}$ 2) $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{ас}} - \frac{1}{T_\oplus}$

1) $\frac{1}{T_{ас}} = \frac{1}{S} - \frac{1}{T_\oplus} = \frac{1}{94{,}5} - 1 < 0$ − этот случай нам не подходит. Продолжение на стр. 8

Шифр: 255

~~Единственный вопрос: как это посчитать без калькулятора?~~

$a = \sqrt[3]{0,916135563}$

~~Пусть $a = X,YZV$, тогда:~~

~~$a = X,YZV$~~

$1^3 = 1$
$2^3 = 8$
$3^3 = 27$
$4^3 = 64$
$5^3 = 125$
$6^3 = 216$
$7^3 = 343$
$8^3 = 512$
$9^3 = 729$

Из ~~этого ряда чисел можно понять, что $V = 7$, т.к a^3 оканч.~~ на 3. X, очевидно, $=0$, $Y=9$

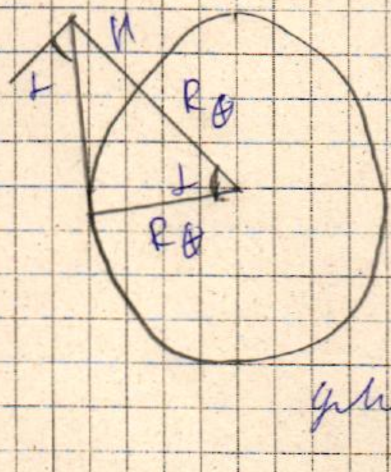
здесь $a = 0,9Z7$ а.е

$0,95^3 = 0,857375 \Rightarrow Z > 5$, но $Z < 9$

$0,98^3 = 0,941192 \Rightarrow Z = 9$

$a = 0,99\cancel{7}$ а.е $= 0,997$ а.е

Задача 5



Т.к Аркадий видит объект едва из-под горизонта на юге, то $h_в = 0 = 90 - \varphi + \delta$, отсюда

$\delta = \varphi - 90 = 62 - 90 = -28$

Угол понижения горизонта уже Василия из рисунка равен:

$\alpha = \arccos\left(\frac{R_\oplus}{R_\oplus + h}\right) = \arccos\left(\frac{6400000 м}{6400855 м}\right)$

$h_в$ у Василия равна: $h_в = 90 - \varphi + \delta + \alpha =$
$= 90 - 44 - 28 + \alpha = 18^0 + \arccos\left(\frac{6400000}{6400855}\right)$

$\Delta\lambda = 43 - 31 = 12^0 = \frac{12}{15} h = 0,8h$ – это разница во времени восхода объекта, если бы они были на одной широте, но на данных долготах. А так как Василий еще находится на горе то на $\frac{\arccos\left(\frac{6400000}{6400855}\right)}{15} h$ еще раньше увидит.

На небесном экваторе зв. от восхода до кульминации проходит 6 часов. Так как склонение объекта –28 то будет проходить: $6h \cdot \cos(-28) = 6 \cdot \cos 28 \approx$
$\approx 6 \cdot \cos 30 = 3\sqrt{3} \approx 5,1$ час. от восхода до кульминации. Вася видит объект только во верхней кульминации.

Значит Василий увидит объект раньше Аркадия на $0,8h + \frac{\arccos\left(\frac{6400000}{6400855}\right)}{15} h + 5,1h =$
$\approx 6h$.

Задача 4 (продолжение)

Рассмотрим второй вариант.

$$\frac{1}{S}=\frac{1}{T_{аст}}-\frac{1}{T_{\oplus}} \Rightarrow \frac{1}{T_{аст}}=\frac{1}{S}+\frac{1}{T_{\oplus}}=1+\frac{1}{S}=1+\frac{1}{94,5}=\frac{95,5}{94,5}$$

$T_{аст}=\frac{94,5}{95,5}=0,98952$ По III закону Кеплера:

$$a^3_{ас}=T^2_1 \Rightarrow a=\sqrt[3]{T^2}$$

945000 | 955
8595 | 0,98952
8550
7640
9100
8595
5050
4775
2750
1910
8400

0,98952
0,98952
197904
494760
890568
791616
890568
0,9791498304

Из $a=\sqrt[3]{0,9791498304}$

Из подкоренного выражения можно понять, что корень этого числа минимум больше чем 0,99. Подбором найдем число максимально близкое к этому:

0,995
0,995
4975
8955
8955
0,990025

0,990025
0,995
4950125
8910225
8910225
0,985074875

$$\Rightarrow \begin{cases} a > 0,99 \\ a < 0,995 \end{cases}$$

$$
\begin{array}{r}
0{,}993 \\
\times\ 0{,}993 \\
\hline
2979 \\
8937\ \ \\
8937\ \ \ \ \\
\hline
0{,}986049
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
0{,}98049 \\
\times\ 0{,}993 \\
\hline
2958147 \\
8874441\ \ \\
8874441\ \ \ \ \\
\hline
0{,}979146657
\end{array}
$$

$\Rightarrow$ Первые пять чисел после запятой подходят $\Rightarrow$

$\Rightarrow a \approx 0{,}993$ а.е.

Задача 3 (продолжение)

Видимая звездная величина Антареса примерно $2^m - 1^m$, возьмем среднее $1{,}5^m$. По формуле Погсона:

$\frac{L_\odot}{L_A} = \frac{R_A^2}{R_\odot^2} = 2{,}512^{m_A - m_\odot}$ $\quad m_\odot = -27$, $\Delta m = m_A - m_\odot = 1{,}5 + 27 = 28{,}5 = \approx 30$

$\frac{R_A^2}{R_\odot} = 2{,}512^{30} \Rightarrow \frac{R_A}{R_\odot} = 2{,}512^{15} = 10^{0{,}4\cdot15} = 10^6$

$R_A = 10^6 R_\odot$, где R_A и $R_\odot$ расстояние до $\odot$ и Антареса соот.

$R_A = 10^6 \cdot 150 \cdot 10^6$ км $= 150 \cdot 10^{12}$ км

r_A – радиус Антареса, $r_\odot$ – радиус Солнца

$2r_A = 2\cdot300 r_\odot = 600 r_\odot = 600 \cdot 700.000 = 420 \cdot 10^6$ км

$\beta = \frac{2r_A}{R_A} = \frac{420\cdot10^6}{150\cdot10^{12}} = \frac{14}{5\cdot10^6}$ рад $= \cancel{\frac{14\cdot206265}{5\cdot10^6}}$

Угловой размер Антареса $\frac{14}{5\cdot10^6}$ радиан