№2 Дано:

$\Gamma = 2.2$ пк

$M = 2M_\odot$

$5\gamma = p$

$R_{пп}$ - ?

Решение:

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \frac{v}{c} \\ p &= R/\Gamma \\ 5\gamma &= p \end{aligned}\right\} \quad 5\frac{v}{c} = \frac{R}{\Gamma},$$

γ - абберационное смещение

p - параллактическое смещение

$$v = \sqrt{\frac{GM}{\cancel{R}\Gamma}}$$

В системе [ае - год - $M_\odot$]:

$$v = \sqrt{\frac{4\pi^2 M}{\cancel{R}\Gamma}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{\cancel{R}\Gamma}}$$

$$5 \cdot \frac{2\pi\sqrt{2}}{c\sqrt{\cancel{R}\Gamma}} = \frac{R}{\Gamma}$$

$$\frac{25 \cdot 8\pi^2}{c^2 \cancel{R}\Gamma} = \frac{R^2}{\Gamma^2} \Rightarrow R = \left(\frac{200\pi^2 \cdot \Gamma}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$c = 3\cdot 10^8 \left[\text{м/с}\right] = 3\cdot 10^8 \cdot \frac{3\cdot 10^7}{150 \cdot 10^9}\left[\frac{ae}{год}\right] = \frac{3\cdot 10^8}{5\cdot 10^3} = 0.6\cdot 10^5 = 6\cdot 10^4\left[\frac{ae}{год}\right]$$

1 год $\approx 3\cdot 10^7$ сек

1 а.е. $\approx 150 \cdot 10^9$ м

1пк = 206265 а.е. $\approx 2\cdot 10^5$ а.е.

$$\cancel{R^3 = \frac{200\pi^2\Gamma^2}{c^2}}$$

$$\cancel{R \approx \left(\frac{200 \cdot 10 \cdot (2.2\cdot 206265)^2}{(6\cdot 10^4)^2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx \left(\frac{2\cdot 10^3 \cdot 4.4 \cdot 4 \cdot 10^{10}}{36\cdot 10^8}\right)^{\frac{1}{3}} \approx \left(\frac{36\cdot 10^{13}}{36\cdot 10^8}\right)^{\frac{1}{3}} = (10^5)^{\frac{1}{3}} \approx 320 \text{ а.е.}}$$

$$R = \left(\frac{2\cdot 10^3 \cdot 2.2 \cdot 2\cdot 10^5}{36 \cdot 10^8}\right)^{\frac{1}{2}} \approx \left(\frac{9\cdot 10^8}{36 \cdot 10^8}\right)^{\frac{1}{2}} = 2 \text{ а.е.}$$

№5 Дано:

$t = 30$ лет

$\tau = 5$ мин

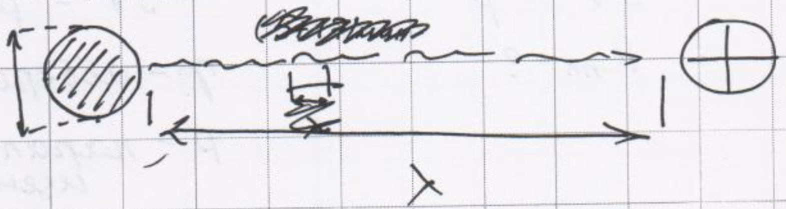
$T = 22$ мин

$r - ?$

Решение:

$\lambda = c \cdot T$

$\lambda = 3 \cdot 10^{8} \cdot \underbrace{1320_{c}}_{=22\text{мин}} \approx 4 \cdot 10^{11}$ м



В этом случае длина волны соответствует расстоянию до объекта, т.к. каждые 22 минуты до ~~пр~~ Земли доходят пятиминутные радиосигналы от него.

$$m_1 - m_2 = -2.5 \lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right) = -2.5 \lg\left(\frac{L_1 r_2^2}{L_2 r_1^2}\right) = -2.5 \lg\left(\frac{R_1^2 \sigma T_1^4 r_2^2}{R_2^2 \sigma T_2^4 r_1^2}\right)$$

$\cancel{5 \cdot \frac{22}{1440}}$ $\cancel{\tau = 5 \cdot \frac{1440}{22} \cdot 365 \cdot 30 =}$

№1 Дано:

15.09.1987: m_{max}

4.02.1988: нев.гл.

21.04.1989: тел.

$D = 6$ см

$\Delta m \sim e^x$

m_{max} -?

Решение:

4.02.1988 года звезду стало невозможно увидеть невооружённым глазом, значит её видимая звёздная величина $\sim 6^m$.

21.04.1989 года видимая звёздная величина равна

$m = 6 + 5\lg\frac{D}{6мм}$, где D- диаметр объектива телескопа

$m = 6 + 5\lg\frac{60 мм}{6 мм} =$

$= 6 + 5\lg 10 = 6 + 5\cdot 1 = 11^m$

$\Delta t_1 = 2\overset{6}{\cancel{8}}5^d \approx 0.75$ лет

$\Delta t_2 = 366 + 24 + 31 + 21 = 442^d \approx 1.2$ г

$\Delta m = e^x + C$

$\Delta m_2 = 11^m - 6^m = 5^m = e^x + C$

$x = \Delta t$

$5^m = e^{\Delta t} + C \approx e^{1.2} + C \approx 3.6 + C \Rightarrow C = 1.4$

$\Delta m_1 = e^{0.75} + 1.4$

$\ln(1+x) \approx x$

$\ln(1+x) \approx 0.75 \Rightarrow 1+x =$

$= 1.75$

$\Delta m_1 = 1.75 + 1.4 = 3.^m15$

Тогда $m_{max} = 6^m - 3.^m15 = \boxed{2.^m85}$

№4 Дано:

M51:

$m_1 = +8^m$

$\rho_1 = 13' \times 12'$

$n_1 = 20$

NGC7000:

$m_2 = +4^m$

$\rho_2 = 120' \times 100'$

$n_2 - ?$

Решение:

Найдём поверхностные яркости M51 и NGC7000:

$S_1 = 13' \times 12' = 156'^2$

$S_2 = 120' \times 100' = 12000'^2$

$B_1 = \frac{m_1}{S_1} = \frac{8^m}{156'^2} = \frac{1}{17.5} \approx 0.05^m$ $[^m/'^2]$

$B_2 = \frac{m_2}{S_2} = \frac{4^m}{12000'^2} = \frac{1}{3000'^2} \approx 0.0003 [^m/'^2]$

~~[illegible]~~

Во-первых, можно заметить, что NGC7000 в 2 раза ярче M51.

$m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{E_1}{E_2}$

$E = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi r^2} = \frac{R^2 \sigma T^4}{r^2}$, где

r – расстояние до объекта, R – его радиус, T – его температура

Отсюда можно сказать, что $m \sim \lg R^2$, а $R \sim \rho$ (где ρ – это угловой размер объекта)

Тогда $m \sim \lg \rho^2$, то есть $m \sim \lg S$.

Отсюда $m_1 \sim \lg 156 \approx 1.1$, $m_2 \sim \lg 12000 \approx 4$

Можно составить уравнение:

$$\frac{1.1}{4} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_2 = \frac{4n_1}{1.1} = \frac{4\cdot 20}{1.1} \approx 80$$

Ответ: 80 кадров.

№3 Дано:

$P < P_{МКС}$ на 3 мин

v_{min} — ?

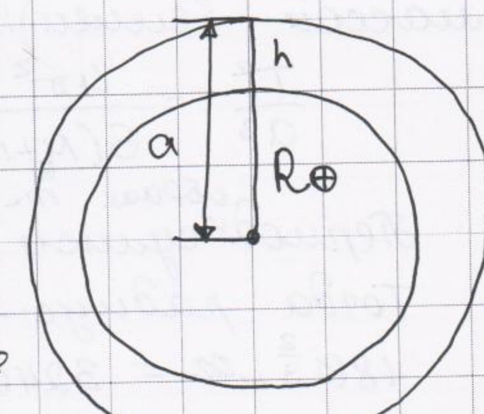
Решение:

Известно, что орбитальной период МКС равен ~ 90 мин. Значит период обращения сумки - 87 мин.

Высота МКС над поверхностью Земли ~~соответственно и высота сумки~~ ≈ 430 км.

~~Из III закона Кеплера:~~

$$\cancel{\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M+m)}}$$



Найдем a сумки (она обращается ~ по круговой орбите, тогда её большая полуось просто равна радиусу):

$m \ll M \Rightarrow m \approx 0$

$$\cancel{a = \left(\frac{T^2 G(M_\oplus + m)}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx \left(\frac{(5400)^2\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{40}\right)^{\frac{1}{3}} \approx}$$

$$\cancel{\approx \left(\frac{3\cdot 10^{7}\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{40}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(3\cdot 10^{20}\right)^{\frac{1}{3}} =}$$

$$l = (0.3\cdot 10^{21})^{\frac{1}{3}} \approx 0.15\cdot 10^{7} = 15\cdot 10^{5}\text{ м}$$

$$m \ll M \Rightarrow m \approx 0$$

$$a = \left(\frac{T^2 G(M+m)}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{(87\cdot 60)^2\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx$$

$$\approx \left(\frac{27\cdot 10^{6}\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{40}\right)^{\frac{1}{3}} = (27\cdot 10^{19})^{\frac{1}{3}} =$$

$$= (0.27\cdot 10^{21})^{\frac{1}{3}} \approx 0.3\cdot 10^{7} = 3\cdot 10^{6}\text{ м}$$

По III закону Кеплера:

$$T^2 \sim a^3$$

МКС и сумка оба обращаются вокруг Земли, тогда коэффициент пропорциональности у них одинаковый (если пренебречь массами МКС и сумки по сравнению с массой Земли):

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_\oplus+m)} \underset{m \ll M}{\approx} \frac{4\pi^2}{GM_\oplus}$$

Период обращ. сумки меньше на 3мин = 180сек

Тогда радиус её орбиты меньше на

$180^{\frac{2}{3}}$м $= 32400^{\frac{1}{3}}$м ≈ 30 м

Тогда её высота над поверхностью Земли равна $430 - 30 = 400$ м

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R_\oplus + h}}$$

$$v_{min} = \sqrt{\frac{6.67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{6400000 + 400}}$$

$$v_{min} \approx \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{13}}{6400400}} = \sqrt{\frac{10^{13}}{160010}} \approx \sqrt{\frac{10^{13}}{16 \cdot 10^{4}}} =$$

$$\begin{array}{r|l} 6400400 & 40 \\ \underline{-4} & \overline{160010} \\ 24 & \\ 0\,04\,0 & \end{array}$$

$$= \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{\cancel{12}\,8}}{16 \cdot \cancel{10^4}}} \approx \frac{3}{4} \cdot 10^4 = 0.75 \cdot 10^4 =$$

$$= 7500 \text{ м/с} = 7.5 \text{ км/с}$$