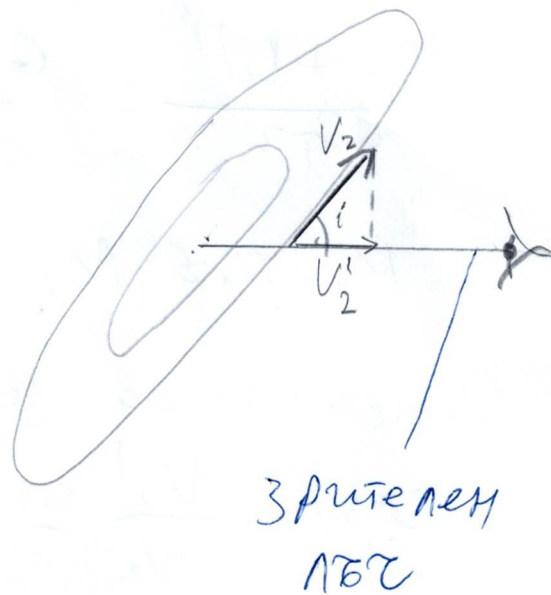
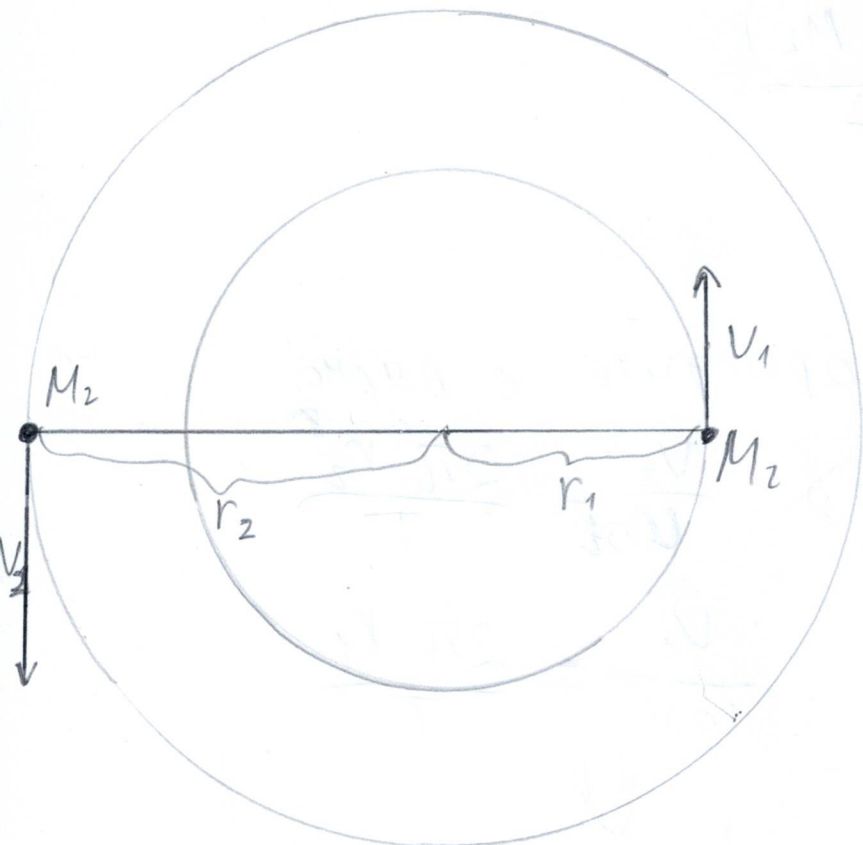


XXXI САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКА
ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
ПРАКТИЧЕСКИ ТУР

3 МАРТ 2024 г.

Сооб-05

Кривите на лъчевите скорости на
двете компоненти са абсолютно симетрични
(синусоида) и съответстващи една на
друга \Rightarrow двете звезди обикалят по
кръгови орбити около общия център на
масите. Тоест моделът е:



Нека за 1 и ~~во~~ 2 звезда съответно: Соеб-05

$M_1; M_2$ - маси на звездите

$r_1; r_2$ - радиус на орбитите около общия център на масите

$V_1; V_2$ - орбитални скорости (истински)

$V_1'; V_2'$ - видими (проектирани) орбитални скорости

i - наклон на орбиталната равнина спрямо зрителния лъч

T - период на системата

За горепосочените означения е вярно:

$$\frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2} = \frac{G (M_1 + M_2)}{4\pi^2}$$

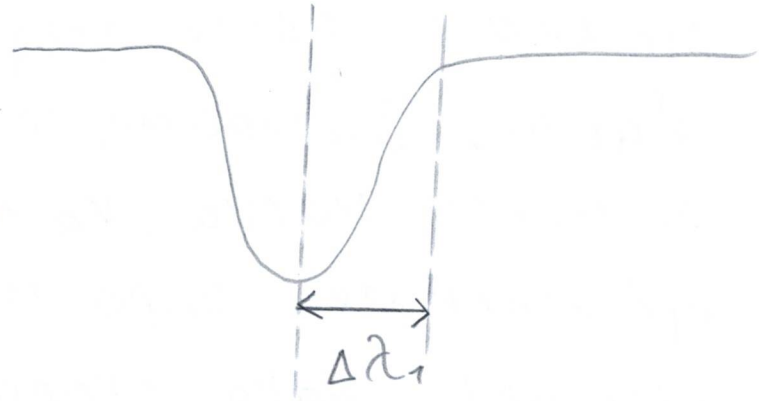
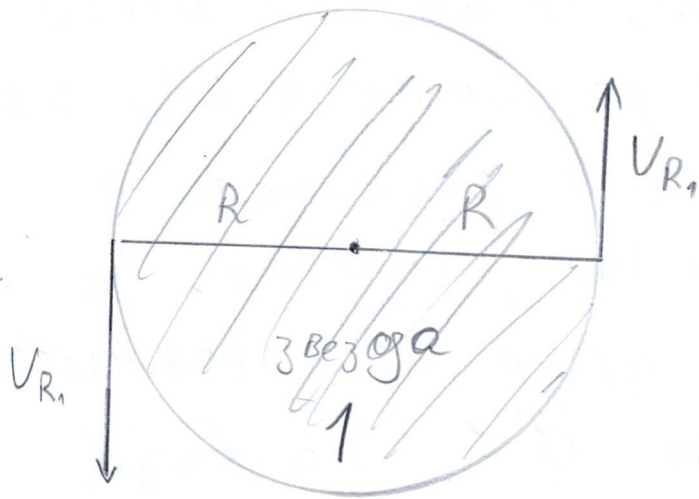
$$M_1 \cdot r_1 = M_2 \cdot r_2$$

Освен това за скоростите е вярно:

$$\cos i = \frac{V_2'}{V_2} = \frac{V_1'}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2'}{\cos i} = \frac{2\pi r_2}{T}$$

$$\frac{V_1'}{\cos i} = \frac{2\pi r_1}{T}$$

$$\frac{V_1'}{V_2'} = \frac{r_1}{r_2}$$



Линията на CO

има ширина, заради ефекта на Доплер-едната част на звездата се движи към нас, другата се отдалечава - звездата се върти. Цялата ширина на линията съответства на разликата в скоростите на краищата на звездата. - $2v_{R1}$, а полуширината на половината от тази разлика. - v_{R1} .

$$\frac{\Delta \lambda_1}{\lambda} = \frac{v_{R1} \cdot \cos i}{c} \quad \frac{\Delta \lambda_2}{\lambda} = \frac{v_{R2} \cdot \cos i}{c}$$

Нека ускорението на повърхността е $g = 3 \cdot 10^9 \text{ cm/s}^2$

$$g = \frac{GM_1}{R_1^2} = \frac{GM_2}{R_2^2}, \text{ също така } v_{R1} = \frac{2\pi R_1}{T}$$

$$v_{R2} = \frac{2\pi R_2}{T}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

Соф-05

При дължина на вълната $\lambda = 23140 \text{ \AA}$, промяната от $0,36 \text{ \AA}$ и $0,34 \text{ \AA}$ е много малка \Rightarrow двете звезди се държат много бавно. Виждаме, че разликата в $\Delta\lambda_1$ и $\Delta\lambda_2$ е много малка, както и разликата в орбиталните скорости на звездите. Те обикалят една около друга със сравнително ~~голям~~ ^{малък} период - около $0,7$. На база тези съображения можем да направим предположение, че звездите са много близо една до друга и са приливно заключени. Т.е. двете звезди се въртят около собствените си оси с една и същ период - периодът на системата T . Тогава:

$$\frac{V_{R1}}{V_{R2}} = \frac{\frac{2\pi R_1}{T}}{\frac{2\pi R_2}{T}} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{V_{R1}}{V_{R2}} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{\frac{V_{R1} \cos i}{\lambda}}{\frac{V_{R2} \cos i}{\lambda}} = \frac{\frac{\Delta\lambda_1}{\lambda}}{\frac{\Delta\lambda_2}{\lambda}} \Rightarrow \frac{V_{R1}}{V_{R2}} = \frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}$$

$$\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}\right)^2 = \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^1$$

В крайна сметка получаване система
от 4 уравнения с 4 неизвестни,
когато ни дава съответно M_1, M_2, r_1, r_2

Содб 05

$$\frac{(r_1 + r_2)^3}{T^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2}$$

$$M_1 \cdot r_1 = M_2 \cdot r_2 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}\right)^2$$

$$\frac{V_1'}{V_2'} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow \frac{M_2}{r_1} = \frac{V_1'}{V_2'} \Rightarrow M_2 = \frac{V_1'}{V_2'} \cdot r_1$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}\right)^2$$

$$\frac{\left(\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}\right)^2 \cdot r_1 + r_1\right)^3}{T^2} = \frac{\left(\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}\right)^2 \cdot M_2 + M_2\right) \cdot G}{4\pi^2}$$

$$\frac{r_1^3 \left(\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}\right)^2 + 1\right)^3}{T^2} = \frac{\left(\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2}\right)^2 + 1\right) \cdot \frac{V_1'}{V_2'} \cdot \Lambda \cdot G}{4\pi^2}$$

$$\frac{r_1^2 \left(\left(\frac{\Delta \lambda_1}{\Delta \lambda_2} \right)^2 + 1 \right)^2}{T^2} = \frac{\frac{V_1'}{V_2'} \cdot G}{4\pi^2} \quad \boxed{\text{Corob-05}}$$

$$r_1 = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{\frac{V_1'}{V_2'} \cdot G}}{\left(\frac{\Delta \lambda_1}{\Delta \lambda_2} \right)^2 + 1}$$

От графиката измерваме:

$$\Psi = 0,7$$

77,5 mm → 60 km/s
 61 mm → 2V₁'
 73,5 mm → 2V₂'

$$V_1' = \frac{60 \cdot 61}{2 \cdot 77,5} = \frac{3660}{155} = 24 \text{ km/s}$$

$$V_2' = \frac{73,5 \cdot 60}{2 \cdot 77,5} \approx 29 \text{ km/s}$$

$$\Delta \lambda_1 = 0,36 \text{ \AA}$$

$$\Delta \lambda_2 = 0,34 \text{ \AA}$$

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{0,7 \cdot 24 \cdot 3600}{6} \cdot \frac{\sqrt{\frac{2400 \cdot 7 \cdot 10^{-11}}{2800}}}{2,1} = \\ &= \frac{0,7 \cdot 24 \cdot 3600}{6} \cdot \frac{\sqrt{600} \cdot 10^{-6}}{2,1} = 0,7 \cdot 24^2 \cdot 10^{-6} = \\ &= 550 \cdot 10^4 = 5,5 \cdot 10^6 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\frac{v_1'}{v_2'} = \frac{r_1}{r_2} \approx 1 \Rightarrow r_1 \approx r_2$$

Code - 05

Средното разстояние между звездите е $2r_1 \approx 10^5$ km

масите на компонентите са почти равни

$$2M = \frac{4\pi^2 (2r_1)^3}{T^2 \cdot G}$$

$$M = \frac{38 \cdot 10^{27}}{38}$$

$$M = \frac{(0,4243600)^2 \cdot 10^{-11}}{8 \cdot 10^{38}}$$

$$0,49 \cdot 10^4 \cdot 10^9 \cdot 10^2$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot 10^{30} \approx \frac{1}{2} M_{\odot}$$

От ускорението на повърхността намираме средния радиус на двете компоненти

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$R = \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{-11} \cdot 0,5 \cdot 10^{30}}{3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2}}} = \sqrt{1 \cdot 10^{16}} = 10^8 \text{ m}$$

$$R \approx 100000 \text{ km}$$

Loof-05

Знаем, че за звезди от Главната
последователност $L \sim M^{3.5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow L \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{3.5} \approx \frac{1}{10} L_{\odot}$$

↓

Звездите са с много по малка светимост,
радиус и маса от Слънцето \Rightarrow

\Rightarrow спектрален клас

$K-M$

по-точно

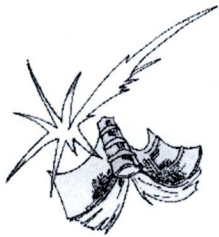
K

Знаейки r_1 , можем да намерим
истинската орбитална скорост на
звездите

$$V_1 = \frac{2\pi r_1}{T} = \frac{2\pi \cdot 5.5 \cdot 10^4 \text{ km}}{7.243600 \text{ d}} = \frac{10000}{160} \approx 52 \text{ km/s}$$

$$\cos i = \frac{V_1'}{V_1} = \frac{24}{52} \approx \frac{1}{2} \Rightarrow$$

\Rightarrow наклонът на орбитата спрямо зрителния
път е $i \approx 60^\circ$



XXXI Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

2024
3
марта

6000-05

10 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной звезды LP 413-53AB, полученная в ходе наблюдений с 2007 по 2023 годы и аппроксимированная численной моделью. По оси абсцисс отложено время в сутках, по оси ординат — лучевая скорость каждой из компонент (в км/с). Определите:

- массы компонент;
- спектральные классы звезд;
- среднее расстояние между компонентами;
- угол наклона орбиты к лучу зрения.

Полуширина спектральной линии угарного газа (CO) $\lambda = 2314$ нм в спектре звезды, кривая лучевых скоростей которой обозначена штрихованной линией, составляет 0.34 \AA , в спектре звезды с кривой лучевых скоростей, обозначенной сплошной линией — 0.36 \AA , ускорения свободного падения на поверхности обеих компонент равны $3 \cdot 10^5 \text{ см/с}^2$. Можно считать, что оси вращения звезд перпендикулярны плоскости их орбит.

