

Заг

Нека разстоянието до центъра е $r = 16 \text{ kpc}$, а масата заключена вътре в кръжната орбита (не елиптична или крива)

е M . За да намерим времето за един оборот, т.е. периода T , просто ще използваме 3-ти закон на Кеплер, който изглежда така:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}, \text{ където}$$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2 \cdot \text{kg}}$ и това е гравитационната конст. Та задачата ни се свежда до това просто да оценим масата заключена в орбитата. Но тази маса е предимно масата на свръхмасивната черна дупка в центъра на галактиката и, така че можем да игнорираме останалото. Ще я пресметнем чрез Сизиевата система, понеже знаем че тя се намира на около 26000 ly от центъра и обикаля около него със скорост

$$v_0 = 200 \text{ km/s}; r_0 = 26000 \text{ ly}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}} \text{ (приемаме, че орбитата ѝ е кръгова)}$$

$$\Rightarrow M = \frac{v_0^2 r_0}{G}$$

1 заг-продължение

$$M = \frac{200000^2 \cdot 26000 \cdot 206265 \cdot 149,6 \cdot 10^9}{3,26 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} \quad (3,26 \text{ ly} = 206265 \text{ au})$$

$$M = \frac{4 \cdot 26 \cdot 206265 \cdot 149,6 \cdot 10^{33}}{3,26 \cdot 6,67} = \frac{104 \cdot 206265 \cdot 150}{2,7772} \cdot 10^{33}$$

$$\Rightarrow M \approx 1,4 \cdot 10^{40} \text{ kg} = 0,7 \cdot 10^{10} M_{\odot}$$

Сега нека заместим във формулата, но все използваме и съкращения ъ-bug:

$$\frac{r^3 \text{ au}^3}{T^2 \text{ yr}^2} = M [M_{\odot}] \quad ; \quad 1 \text{ pc} = 206265 \text{ au}$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{r^3}{M}} = \sqrt{\frac{16000^3 \cdot 206265^3}{0,7 \cdot 10^{10}}} = \sqrt{\frac{16^3 \cdot 206265^3}{7}}$$

$$T = \sqrt{\frac{3300240^3}{7}} = 3300240 \sqrt{491462,9}$$

$$\Rightarrow T = 3300240 \cdot 700 \approx 2,3 \cdot 10^9 \text{ год}$$

Или на звездата са нужни около
2,3 милиарда год, за да обиколи веднъж

2-ра

Апаратът се движи

сбс скорост $v_0 = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}}$,където r е радиуса на орбитата му. Добавямему импулс $p = mv'$ и той започва да се движи по парабола илисбс скорост $v = \sqrt{\frac{2GM_\oplus}{r}}$ $\Rightarrow$ Можем да запишем ЗЗС

$$mv_0 + mv' = mv$$

$$\sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}} + v' = \sqrt{\frac{2GM_\oplus}{r}}$$

Сега за да изведем същия апарат, но от полюса на ~~Земята~~ ^{планетата}, трябва да му придадемскорост $v'' = \sqrt{\frac{2GM_\oplus}{R}}$ като по усл. $5v' = v''$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}} + \frac{1}{5}v'' = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}}$$

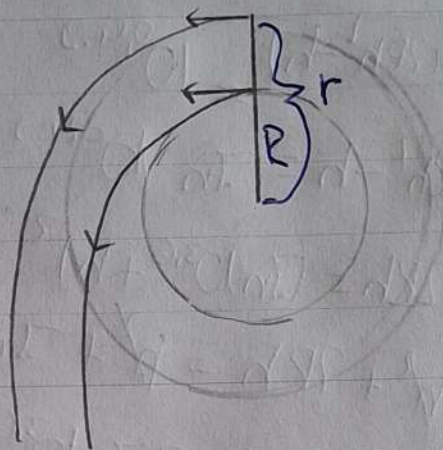
$$\sqrt{\frac{GM_\oplus}{2r}} + \frac{\sqrt{\frac{GM_\oplus}{R}}}{5} = \sqrt{\frac{2GM_\oplus}{r}}$$

$$1 + \sqrt{\frac{2r}{25R}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{25}{2} (2 + 1 - 2\sqrt{2}) = \frac{25}{2} (3 - 1.4) = 25 \cdot 0.8 = 20$$

 $\Rightarrow$ Отношението на радиуса на орбитата към радиуса на планетата $\frac{r}{R} = 20$.

$$M_\oplus = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ маса на Земята}$$



Зад

Тук най-важна роля за толкова големи спад в гв. величина има атмосферата, а не толкова промяната в разстоянието. Нека орбитата е на височ. h над земната повърхност и когато е

на хоризонта разстоянието до него е x

$$\Rightarrow x = \sqrt{(R+h)^2 - R^2} = \sqrt{h^2 + 2Rh}$$

Нека звездата и в земята е

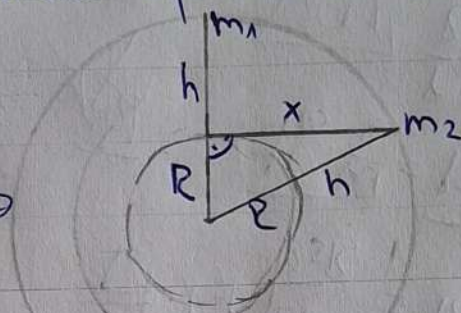
$m_1 = -1^m$, а на хоризонта $m_2 = 10^m$

$\frac{E_0}{E_1} = e^{\frac{x}{h}}$ - така можем да изразим промяната в енергията, която получаваме без и със атмосфера, където E_0 е какво бихте виждали без атош., E_1 е какво реално виждате, а δ е оптичен коефициент, който не знаем. Изразяваме така нещата и за хоризонта. като приемате, че в земята имате 1 въздушна маса и нормализирате за хоризонта

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{e^{\frac{x}{h}}}{e^{\delta}} = e^{\delta(\frac{x}{h} - 1)}$$

От Пойсони знаем и че:

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)} = 10^{0.4 \cdot 11} = 10^{4.4}$$



Зад-прод.

$$\Rightarrow e^{S(\frac{x}{h}-1)} = 10^{4.4}$$

С можем да намерим от факта че знамен, че в желята ползваването им е около $0,24^m$

$$\Rightarrow \frac{E_0}{E_1} = e^S = 10^{4.024} = 10^{0.096}$$

$$\Rightarrow S = \ln(10^{0.096})$$

$$S\left(\frac{x}{h}-1\right) = \ln(10^{4.4})$$

$$\frac{x}{h} - 1 = \frac{\ln(10^{4.4})}{\ln(10^{0.096})}$$

$$\sqrt{h^2 + 2Rh} = h \left(1 + \ln(10^{0.096} \cdot (10^{4.3} - 1)) \right)$$

$$h^2 + 2Rh = h^2 \left(1 + 2\ln(10^{0.1} (10^{4.3} - 1)) + \ln^2(10^{0.1} (10^{4.3} - 1)) \right)$$

$$h = \frac{2R}{2\ln(10^{0.1} (10^{4.3} - 1)) + \ln^2(10^{0.1} (10^{4.3} - 1))} \quad \text{km}$$

4 зад

Масата M на черната дупка може да изчислим така: $M = V\rho = \frac{4}{3}\pi R_s^3 \rho$, където R_s е радиуса на шварцшилдов за дупката и е равен на $R_s = \frac{2GM}{c^2}$

$$\Rightarrow M = \frac{4}{3}\pi \frac{(2GM)^3}{c^6} \rho \quad ; \quad \frac{3c^6}{4\pi\rho} = 4G^3 M^2$$

Вземе изайки връзка между плътността и масата на черната дупка можем да запишем формулата ни дотук по уа. или

$$T \approx 10^{-7} \frac{M_0}{M}$$

При използване черната дупка ще отделя енергия отсякъде и тази енергия можем да изразим чрез формулата за светимост

$$\text{или } L = 6\pi^4 \frac{4\pi R_s^2}{c^2} \quad ; \quad \text{където } G = 5,67 \cdot 10^{-8}$$

$$L = 6 \cdot 10^{-28} \frac{M_0^4}{c^6} \cdot 4\pi \frac{4G^3 M^4}{c^4}$$

$$L = \frac{6}{6} \cdot 10^{-28} \frac{M_0^4}{c^6} \cdot 16\pi \frac{G^3 M^4}{c^4}$$

$$\Rightarrow L = 6 \cdot 10^{-28} \frac{G^3}{c^{10}} \cdot 256\pi \cdot 10^{-28} \cdot M_0^4 \rho$$

От тук можем да изчислим ρ , приетайки някаква стойност за L

$$\rho = \frac{L c^{10}}{256\pi 10^{-28} M_0^4 G^3}$$

5-зв

Нека първо намерим сумарните абсолютни зв. величини на двата купа като нека на разрезния е M_1 , а на кълбовидния - M_2 .

Нека! Ще използваме директно формулата за сумар на звездна без да я доказваме:

$$\frac{1}{10^{0.4M_1}} = \frac{1}{10^{0.4m_0}} + \frac{1}{10^{0.4m_0}} + \dots + \frac{1}{10^{0.4m_0}}, \text{ където } m_0 = 0 \text{ и звездата се повтаря } 1000 \text{ пъти}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10^{0.4M_1}} = \frac{1000}{10^0}$$

$$\Rightarrow M_1 = 2.5 \lg \frac{1}{1000} = 2.5 \cdot (-3) = -7.5^m$$

За кълбовидния ще е аналогично, но този път ще използваме и че абс. зв. величина на Слънцето е $m_\odot = 4.8^m$

$$\Rightarrow \frac{1}{10^{0.4M_2}} = \frac{1}{10^{0.4m_\odot}} + \frac{1}{10^{0.4m_\odot}} + \dots + \frac{1}{10^{0.4m_\odot}}, \text{ където този път звездата ще се повтаря } 10^6 \text{ пъти по един път за всяка звезда в купа}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10^{0.4M_2}} = \frac{10^6}{10^{0.4 \cdot 4.8}}$$

$$10^{0.4M_2} = \frac{10^{13.2}}{10^6} = \frac{1}{10^{4.8}}$$

$$\Rightarrow M_2 = 2.5 \lg \frac{1}{10^{4.8}} \approx 2.5 \cdot (-4) = -10^m$$

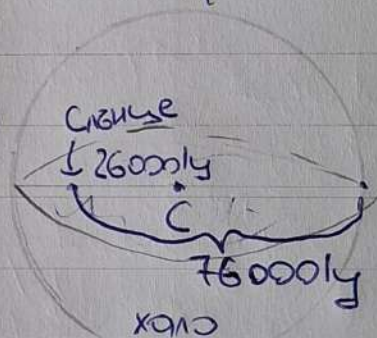
5зад - продължение

След като вече изляже абсолютните звездни величини на куповете можем да продължим с визуалните зв. величини като нека m_1 е на разсеяния, а m_2 - на кълбовидния

По усл.: $m_1 = m_2 + 10^m$

Нека също така r_1 и r_2 са съответните разстояния до куповете. Приемаме че и двата купа са в Млечния път, като както знаем разсеяния може и да е в халото на галактиката, но не и кълбовидния. Но въпреки това както виждаме и от схемата максималното разстояние на нещър ~~в~~ до, намиращо се в галактика до нас е около 76000 ly (пренебрегваме че ще се наблюдава трудно, заради центъра на галактиката)

$\Rightarrow r_1, r_2 \leq 76000 \text{ ly}$



Но разс. куп е по-слаб от кълб., значи очевидно е по-далеч и нека приемем, че той се намира на разс. $r_1 = 76000 \text{ ly}$, за да е r_2 максимално.

Нека приложим закон на Појасън за абсолютните звездни, като знаем, че те са просто визуалните на разстояние $r = 10 \text{ pc}$ от обекта.

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{2.4 \left(\frac{m_2 - m_1}{5} \right)} ; E_1 = \frac{L}{4\pi r_1^2} \text{ (обр.квадрати)}$$

5 зад - прод.

$$\frac{L_1 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2}{L_2 \cdot (10 \text{ pc})} = 10^{0.4(M_2 - M_1)}$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 10^{0.4(M_2 - M_1)} = 10^{0.4(-2.5)}$$

където L_1 и L_2 са

съответно светимостите на двата куп

Нека сега запишем и закон на Поуви за вид. зв. величини:

$$\frac{L_1 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2}{L_2 \cdot (r_1)^2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)}$$

$$\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \frac{10^{0.4(m_2 - m_1)}}{10^{0.4(M_2 - M_1)}} \quad ; \quad m_1 = m_2 + 10$$

$$\Rightarrow r_2 = r_1 \sqrt{10^{0.4(-10+2.5)}} = r_1 \sqrt{10^{-7.5 \cdot 0.4}}$$

$$r_2 = \frac{76000}{\sqrt{10^3}} = \frac{76000}{10\sqrt{10}} = 760\sqrt{10} = 2236 \text{ ly}$$

$\Rightarrow$ При условие че и двата звездни куп са в Млечния път, максималното разстояние на което може да се намира разсеяният зв. куп е около 2200 ly. Естествено възможно е куповете да не са в Млечния път, но е ормет по-малко вероятно така те няма да го чата в предвид.