№2. Найдем период обращения кометы Галлея, зная его половину как разность дат прохождения перигелия и афелия:

$\frac{T}{2} = 37$ лет $+ 294$ дня $\approx 37{,}8$ лет

$T = 75{,}6$ лет

Зная период обращения, найдем большую полуось кометы Галлея:

$\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 = \left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3$; $75{,}6^2 = a_{a.e.}^3$; $a \approx 18$ а.е.

У комет чаще всего очень большой эксцентриситет орбиты; у кометы Галлея он приблизительно равен 0,96.

С ~~конца~~ начала декабря 2023 года прошло не так много времени относительно T, поэтому можно считать, что комета недалеко ушла от афелия, значит её скорость приблизительно равна скорости в афелии.

$v_\alpha = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a} \cdot \frac{1-e}{1+e}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} кг}{18 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11} м} \cdot \frac{0{,}04}{1{,}96}} \approx 1{,}01 \frac{км}{с}$

$v \approx v_\alpha = 1{,}01 \frac{км}{с}$

$\boxed{v = 1{,}01 \frac{км}{с}}$

№3. Найдем период обращения Сатурна, зная его большую полуось: $a_c = 9{,}54$ а.е.

$\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 = \left(\frac{a_c}{a_\oplus}\right)^3$; $\frac{T}{T_\oplus} = \sqrt{9{,}54^3} \approx 29{,}5$

$T = 29{,}5$ лет

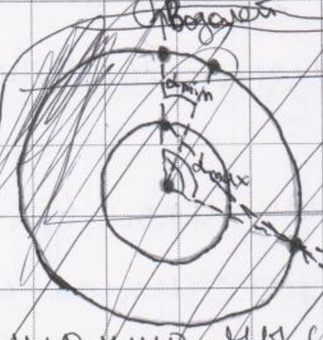
Действие происходит где-то в промежутке между 1957 и 1964 годами. Найдем, какую приблизительно часть (какой угол) прошел Сатурн с того момента.

$\Delta T \approx 63{,}5$ лет (разнится от 60 до 67 лет)

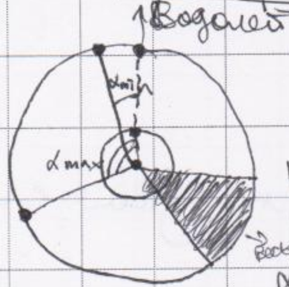
$\alpha_{min} = \frac{60-2\cdot 29{,}5}{29{,}5}\cdot 360° = 12°$

$\alpha_{max} = \frac{67-2\cdot 29{,}5}{29{,}5}\cdot 360° = 96°$

Найдем созвездия, в которых потенциально мог находиться Сатурн.



~~За 12° от Водолея может находиться либо сам Водолей, либо Козерог. За 96° от Водолея могут уже находиться Весы. Также нужно учесть то, что мы считали углы α_{min} и α_{max} от Солнца, а наблюдатель находится на Земле, значит, Сатурн находится в созвездии „пораньше", каким могли быть Весы. Значит, были правы авторы.~~

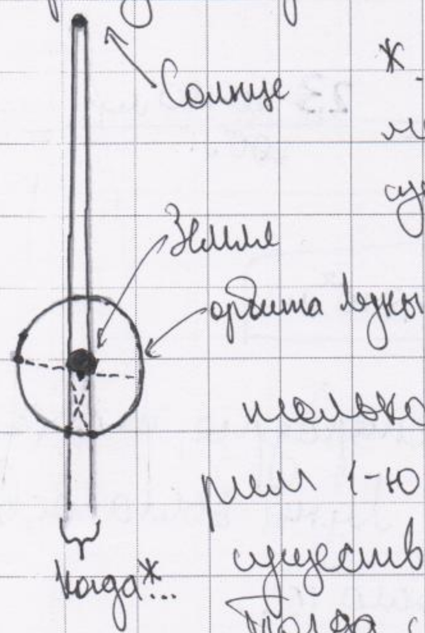


Т.к. Солнце и Сатурн движутся по небу Земли против часовой стрелки, то созвездие Весы находится в заштрихованной области, а Сатурн ограничен углом $\alpha_{max}-\alpha_{min}$. Значит, Сатурн никак не мог находиться в Весах.

Персонаж был прав

№4. Вампиры не могут находиться на солнечном свету или на ярком лунном свету. Значит, они могут существовать, когда и Луна и Солнце под горизонтом, либо когда Луна над горизонтом, но недостаточно яркая. Под второй критерий попадают все ночи в промежутке 6 суток в окрестностях новолуния, т.е. $\frac{\frac{12}{29,5}}{2} = \frac{6}{29,5}$ времени.

Нарисуем картинку для 1-го случая:



* ... Луна находится в этом промежутке, вампир не сможет существовать вообще. Т.к. этот промежуток очень мал, можно считать, что это происходит только в полнолуние. Также рассмотрим 1-ю четверть; в ней вампир может существовать только половину ночи.

Тогда с хорошей точностью можно сказать, что в среднем вампир выживает 0,75 ночи, когда Луна яркая. Тогда посчитаем общую долю:

$$k = \frac{6}{29,5} + \frac{\frac{17,5}{2}\cdot\frac{3}{4}}{29,5} = \frac{6+\frac{52,5}{8}}{29,5} = \frac{100,5}{236} = \frac{201}{472} \approx 0,43$$

$\boxed{k=0,43}$

№5. $S_{min} = 16 S_{пк}$ – мин. площадь пятна

$S_{пк} = S_0 = \frac{36\cdot 24\ мм^2}{30\cdot 10^6} = \frac{28,8\ мм^2}{10^6} = 2,88\cdot 10^{-5}\ мм^2$ – площадь одного пикселя.

$S_{min} = 16\cdot 2{,}88\cdot 10^{-5}$ мм$^2 \approx 4{,}6\cdot 10^{-4}$ мм^2 – площадь пятна

$S_{min} = \pi\frac{D^2}{4}$; $D = \sqrt{\frac{4S_{min}}{\pi}} = \sqrt{6{,}0\cdot 10^{-4}\text{ мм}^2} = 2{,}45\cdot 10^{-2}$ мм – диаметр пятна на снимке (в приближении, что оно имеет форму круга)

Будем считать, что угловой размер солнечного пятна примерно в 30 раз меньше углового размера Солнца.

$\rho = \frac{\rho_\odot}{30} = 1{,}05'$

$l = \rho F$

$D = \rho F$; $F = \frac{D}{\rho} = \frac{2{,}45\cdot 10^{-2}\text{ мм}}{\frac{1{,}05}{60}\cdot\frac{\pi}{180}} = \frac{2{,}3\cdot 60\cdot 180\text{ мм}}{100\pi} =$

$= \frac{2{,}3\cdot 1{,}9\cdot 18}{}$ мм ≈ 78 мм

$\boxed{F = 7{,}8\text{ см} = 7{,}8\cdot 10^{-2}\text{ м}}$

№1. Т.к. наблюдатель в Петербурге, то $\varphi = 60^\circ$, $T = UTC + 3^h$. Значит, когда у Луны была освещена половина диска, по UTC было 16^h.

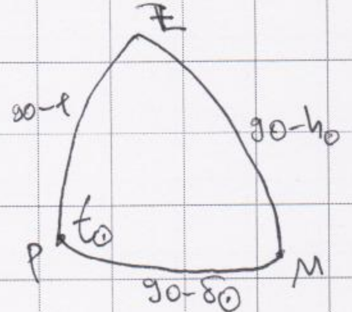
$Ф = \frac{1+\cos\varphi}{2} = \frac{1}{2}$; $\cos\varphi = 0$; $\varphi = 90^\circ$

$\cos\alpha = \frac{r_л}{a_\oplus} = \frac{384000\text{ км}}{1{,}5\cdot 10^8\text{ км}}$

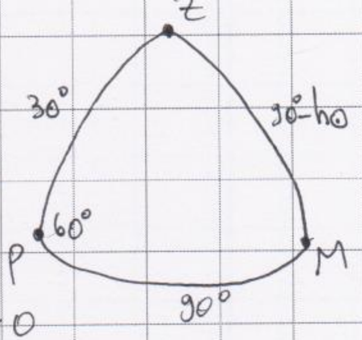
$\alpha \approx 90^\circ$

Т.к. сейчас 21 сентября, то Луна опережает Солнце на α, т.е. находится „в декабре". Значит, Луна в Стрельце.

UTC $=16^h \Rightarrow t_\odot = 4^h$



- Параллактический треугольник



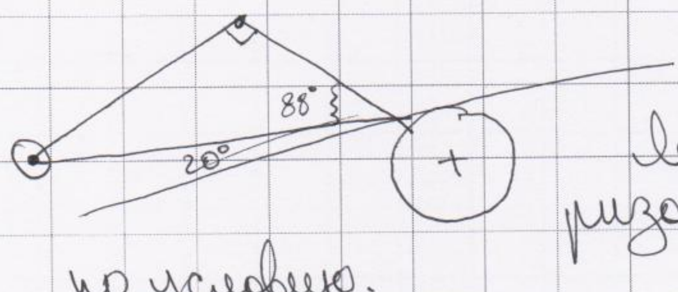
$\cos(90-h_\odot) = \cos 90^\circ \cos 30^\circ + \sin 90^\circ \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

$\sin h_\odot = 0{,}25$

$h_\odot \approx 20^\circ$.

Угол между Луной и Солнцем около 90° (на небесной сфере). Также 90° равен угол „наблюдатель - Луна - Солнце". Т.е. их азимуты отличаются на 90°.

$h_☾ = 180^\circ - 20^\circ - 88^\circ = 72^\circ$



В данном случае Луна будет под горизонтом, что невозможно по условию.

$\boxed{h_☾ = 72^\circ}$