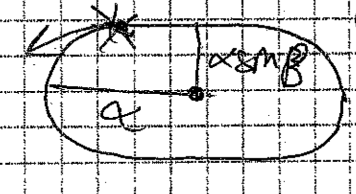
Задача 1

Во-первых, аберрация обусловлена скоростью наблюдателя относительно далёкого объекта, который наблюдается. Как известно, её величина в нерелятивистском случае $\alpha \approx \frac{v}{c}$, где v — скорость наблюдателя. Скорость Солнца (и всей системы) относительно центра галактики $v = \frac{2\pi R}{T}$, где $R \approx 8{,}3$ кпк — радиус орбиты Солнца, $T = 243 \cdot 10^6$ лет — галактический год. Тогда $v = \frac{2\pi \cdot 8{,}3 \cdot 10^3 \cdot 2{,}06 \cdot 10^5 \cdot 1{,}5 \cdot 10^8}{2{,}43 \cdot 10^8 \cdot \pi \cdot 10^7} \frac{км}{сек} \approx 210 \frac{км}{с}$. Видно, что $\alpha = \frac{v}{c} = \frac{210 \frac{км}{с}}{3 \cdot 10^5 \frac{км}{с}} = 7 \cdot 10^{-4} \ll 1$ $\Rightarrow$ формула нерелятивистская работает; итак $\alpha = \frac{v}{c} = 7 \cdot 10^{-4}$ рад $\approx 2{,}5'$.

Получаем, что в зависимости от галактической широты b объекта в течение галактического года он движется вокруг своего истинного положения по эллипсу с большой полуосью α и малой ~~…~~ $\alpha \sin b$, делая один оборот за время T.



Тогда в зависимости от b его скорость на этой траектории колеблется в пределах от $\frac{4\alpha}{T}$ до $\frac{2\pi\alpha}{T}$ (при $b = 0°$ и $b = 90°$), т.е. может отличаться ~ в 1,5 раза, что не влияет на порядок оценки. За время $\Delta t \ll T$ он проходит по части эллипса расстояние (далее будем рассматривать вариант $b = 90°$, т.е. траектория — окр-ть) $l = \frac{2\pi\alpha}{T} \Delta t$, которое при малых Δt совпадает с расстоянием между ~~...~~ двумя положениями объекта, измеренным во времени.

Пусть радиоинтерферометр проводит наблюдения на длине волны λ. Его разрешающая способность (т.к. в радиодиапазоне атмосфера не ограничивает наблюдения) обусловлена дифракцией и составляет $\alpha \sim \frac{\lambda}{D}$, где D — длина проекции базы $\perp$ на луч зрения $\Rightarrow D \le L$, а т.к. измерения проводятся на Земле $L \le 2R_\oplus = 2 \cdot 6400$ км. Итак $\alpha_{min} = \frac{\lambda}{2R_\oplus}$

Чтобы разрешить аберрацию, $\alpha_{min} = \frac{2\pi\alpha}{T}\Delta t$

$\Rightarrow \Delta t_{min} = \frac{\lambda T}{4\pi\alpha R_\oplus} = \frac{2{,}43 \cdot 10^8 \text{ лет}}{4 \cdot 3{,}15 \cdot 7 \cdot 10^{-4} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \text{ м}} \lambda$, где λ — длина волны в метрах. Итак, $\Delta t_{min} \approx \lambda_м \cdot 4 \cdot 10^3 \frac{лет}{м}$

Таким образом, минимальное Δt соответствует мин. длине волны наблюдений. В радиодиапазоне характерные длины волн $\lambda = 1 \div 10^5$ м $\Rightarrow \lambda_{min} \approx 1$ м

При данном значении λ для разрешения аберрации потребуется несколько тысячелетий: $\Delta t = 4\,000$ лет. Даже с учетом фактора в $\Delta t_{min} = \frac{\Delta t}{1{,}5} \approx 2500$ лет. Понятно, что в этих условиях не требовалось учитывать суточное и годичное движение Земли, т.к. ~~его~~ период, а также скорости в Солнечной системе много меньше характерных величин T и v. Даже если бы наблюдения ~~велись~~ на длинах волн ~~...~~ в несколько см, то по порядку величины необходимое время все равно составляет тысячелетия. ($2{,}4 \div 4$ тыс. лет)

Задача 2

Сразу учтем болометрическую поправку $b = -1^m.5$

$m_{bol} = m + b = 4^m - 1^m.5 = 2^m.5$. Тогда абсолютная болометрическая величина звезды $M = m_{bol} + 5 - 5\lg r_{пк} =$
$= 2^m.5 + 5 - 5 \cdot \lg 100 = -2^m.5$

Аналогичная величина Солнца $M_\odot = 4^m.7$

$\Rightarrow$ по ф-ле Погсона $M - M_\odot = -2.5 \lg \frac{L}{L_\odot}$

$\Rightarrow \frac{L}{L_\odot} = 10^{0.4(M_\odot - M)} = 10^{0.4(4^m.7 + 2^m.5)} = 10^{2.9} \approx 9 \cdot 10^2$

По з-ну Стефана-Больцмана $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, где R, T – радиус и ~~эф.~~ температура звезды

$\Rightarrow \frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 \Rightarrow \frac{R}{R_\odot}\left(\frac{T}{T_\odot}\right)^2 \approx 3 \cdot 10 = 30$

$T = 15000$ K по условию, а $T_\odot \approx 6000 \Rightarrow \frac{T}{T_\odot} = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow \frac{R}{R_\odot} = \frac{4}{25} \cdot 30 = 4.8$. Итак, радиус (эффективный) звезды равен $R = 4.8 R_\odot = 4.8 \cdot 7 \cdot 10^5$ км $= \boxed{3.4 \cdot 10^6 \text{ км}}$

Т.к., по идее $\Delta R \ll R$ ($\Delta R = R_E - R_p$ – разность экваториального и полярного радиусов), то можно считать $R = R_p$ (не особо важно, для оценки R может быть равен любому из них). Очевидно, что $R_E > R_p$

Как известно звезда ~~ведет~~ ведет себя как жидкое тело $\Rightarrow$ её поверхность эквипотенциальна.

Т.к. на ~~звезду~~ части пов-ти действуют только силы гравитации и инерции, запишем суммарный потенциал как
$\varphi = -\frac{GM}{R^2} - \frac{1}{2}\omega^2 R^2$, где R – радиус в данном

месте пов-ти, а ω — угловая скорость вращения.

Тогда $\varphi_p = \varphi_E \Leftrightarrow -\frac{GM}{R_p} = -\frac{GM}{R_E} - \frac{1}{2}\omega_E^2 R_E^2$

$$\frac{GM}{R_p} = \frac{GM}{R_E} + \frac{v_E^2}{2},$$ где $v_E = \omega_E R_E = 200\ \frac{км}{с}$ по условию

$$\Rightarrow GM\left(\frac{1}{R_p} - \frac{1}{R_E}\right) = \frac{v_E^2}{2}$$

$$\frac{\Delta R}{R_p(R_p + \Delta R)} = \frac{v_E^2}{2GM} = k \Rightarrow \Delta R = kR_p^2 + kR_p\Delta R$$

$$\Delta R = \frac{kR_p^2}{1 - kR_p}$$

В нашем случае $k = \frac{(2\cdot 10^5)^2}{2\cdot 6{,}7\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}2\cdot 10^{30}} =$

$$= \frac{4\cdot 10^{10}}{4\cdot 10^{19}\cdot 6{,}7\cdot 5} = \frac{1}{33{,}5\cdot 10^9} \simeq 3\cdot 10^{-11}$$

Тогда $\Delta R = \frac{3\cdot 10^{-11}\cdot(3{,}4\cdot 10^9)^2}{1 - 3\cdot 10^{-11}\cdot 3{,}4\cdot 10^9} = \frac{34{,}7\cdot 10^7}{1 - 0{,}1} \approx \frac{3{,}5\cdot 10^8}{0{,}9} =$

$\simeq 3{,}9\cdot 10^8$ м $= 3{,}9\cdot 10^5$ км, т.с. $\Delta R \simeq 0{,}11 R$

Заметим, что в случае $R = R_E$ $\Delta R' = \frac{kR_E^2}{1 + kR_E} \simeq 3{,}3\cdot 10^5$ км

Видно, что по порядку величины $\Delta R \simeq \Delta R'$

Итак, искомая разность $\boxed{\Delta R \simeq 3{,}6\cdot 10^5\ км}$

Задача 3

Как известно, энергия фотона $E = h\nu = 2\pi\hbar\nu$, где ν — частота фотона, $\hbar \simeq 1{,}37\cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Дирака. Тогда искомая частота, на которой электроны испускают тепловое излучение $\omega = 2\pi\nu = \frac{E}{\hbar}$

$\omega = \frac{8\cdot 10^2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ Дж}{1{,}4\cdot 10^{-34}\ Дж\cdot с} \approx 1{,}2\cdot 10^{18}\ \frac{рад}{с}$ — это циклотронная частота электронов.

Если пренебречь влиянием звезды, то
II закона Ньютона для движения электрона
в однородном магнитном поле

$F_л = ma_{цс}$, $F_л = |q| v B$

$evB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{eB}$,

$m \approx 5\cdot10^{-31}$ кг — масса электрона

Тогда $\omega = \frac{v}{r} = \frac{eB}{m} \Rightarrow B = \frac{m\omega}{e}$

$B = \frac{5\cdot10^{-31}\cdot 1{,}2\cdot10^{18}}{2\cdot10^{-19}} = \boxed{3\cdot10^{6}\ Тл}$

Однако можно попробовать учесть и силу тяготения со стороны нейтронной звезды вблизи поверхности. Тогда II ЗН примет вид:

$F_л + F_{гр} = ma_{цс}$

$evB_0 + \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$, $v = \omega r$

$e\omega r B_0 + \frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r$

$B_0 = \frac{m\omega}{e} - \frac{GMm}{e\omega r^3}$. Таким образом

$B_0 = B - \frac{GMm}{e\omega r^3}$ · величина поправки

$\frac{GMm}{\omega e r^3} = \frac{6{,}7\cdot10^{-11}\cdot 1{,}4\cdot 2\cdot 10^{30}\cdot 5\cdot10^{-31}}{1{,}2\cdot10^{18}\cdot 2\cdot10^{-19}\cdot(10^4)^3} =$

$= 5\cdot10^{-22}$ Тл, что никак не влияет на ответ.

Итак, искомая величина индукции магнитного поля звезды $\boxed{B \approx 3\cdot10^{6}\ Тл = 3\ МТл}$

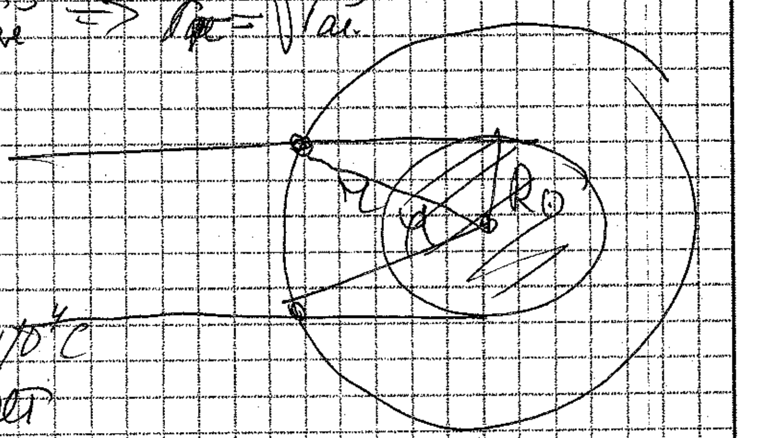
Задача 5

Поскольку исследуемая звезда класса G2V, можем считать ее параметры близкими к солнечным: $M \sim M_\odot$, $R \sim R_\odot$, $L \sim L_\odot$

Пусть r — радиус орбиты планеты, из III закона Кеплера $T_{лет}^2 = r_{ае}^3 \Rightarrow T_{лет} = \sqrt{r_{ае}^3}$

Считая, $r \gg R_\odot$

угол $\varphi \approx \frac{2R_\odot}{r}$



Этот угол планета проходит за $\Delta t = 3ч = 1{,}08 \cdot 10^4$ с

$\Delta t = \frac{1{,}08 \cdot 10^4}{\pi \cdot 10^7}$ лет $\approx 3 \cdot 10^{-4}$ лет

Тогда $\frac{\Delta t}{r_{ае}\sqrt{r_{ае}}} = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{R_{\odot, ае}}{r_{ае}\pi} \Rightarrow r_{ае} = \left(\frac{\pi \Delta t_{г}}{R_{\odot, ае}}\right)^2$

$r_{ае} = \left(\frac{10^{-3} \cdot 1{,}5 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^5}\right)^2 = (0{,}2)^2 = \boxed{0{,}04 \text{ ае}}$

Тогда если блеск падает на 3%, радиус R' планеты соотносится с $R_\odot$ как $-0{,}03 = -5\lg\frac{R'}{R_\odot}$

$\Rightarrow \frac{R'}{R_\odot} = 10^{-0{,}994} \approx 0{,}02 \Rightarrow R' = 7 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = \boxed{14000 \text{ км}}$

Явление раз такое короткое, обусловлено рефракцией света в атмосфере планеты ⇒ из аналогичных расчетов (газа становится прозрачной раньше)

$\frac{R' - R_{ATM}}{R_\odot} = 10^{-0{,}996} = 0{,}012 \Rightarrow R' - R_{ATM} = 8000$ км

$\Rightarrow R_{ATM} = 14 - 8 = 6$ тыс. км — радиус атмосферы

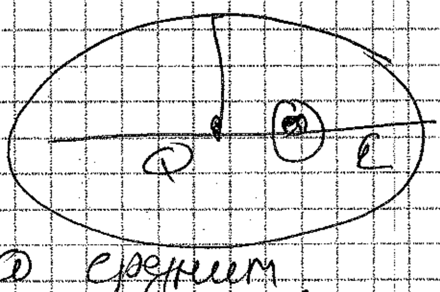
Задача 4

~~А~~ Найдём параметры орбиты

$q = a(1-e) = 0,1$ ае

$Q = a(1+e) = 0,4$ ае

$b = a\sqrt{1-e^2} = 0,2$ ае.



Спутники находятся по орбите со средним расстоянием $\frac{2(a+b)}{2b} = 0,09$ ае $\Rightarrow$ почти везде

Если комета ~~вне~~ плоскости эклиптики то она не бесконечно удалена и поэтому для двух разных спутников (КА) углы/вне расстояния будут эллиптовые $\Rightarrow$ комета в плоскости эклиптики $\Rightarrow$ эклиптическая широта кометы $\beta_к = 0$, а звезды $\beta_{зв} = \pm 33°$