3) $\lambda = 7900\,\text{Å} \to H_\alpha \Rightarrow \lambda_0 = 6563\,\text{Å}$

ширина $16\,\text{Å} \Rightarrow \Delta\lambda = 8\,\text{Å}$

Смещение линии H_α вызвано эффектом Доплера:

$$\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0} = \frac{7900-6563}{6563} = \frac{v_0}{c} = \frac{Hr}{c}$$

v_0 - скорость удаления галактики

$H \approx 70 \frac{км}{с\cdot Мпк}$, r - расстояние до галактики

c - скорость света

$$\frac{7900}{6563} - 1 = \frac{Hr}{c} \Rightarrow r = \frac{c}{H}\Big(\overbrace{\frac{790\cancel{0}}{\underbrace{6563}_{\approx 66\cancel{0}\cancel{0}}} - 1}^{\approx 0{,}2}\Big)$$

$$r = \frac{30000\cancel{0}\cdot\cancel{0},2}{7\cancel{0}} = \frac{\overset{143}{6\cdot 1000}}{\cancel{7}} \approx 860\ Мпк$$

далеко

$$\begin{array}{r|l} 79 & 66 \\ -66 & 1,2 \\ \hline 130 & \approx \end{array}$$

Уширение $(\Delta\lambda)$ вызвано скорее всего вращением (тоже эффект Доплера) $\Rightarrow$ можем найти скорость на краю галактики (v)

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{3\cdot10^5\cdot 8}{6563}\left(\frac{км}{с}\right) \approx$$

$$\approx \frac{\overset{4}{24}\cdot 10^5}{\underset{11}{66}\cdot 10^2} \approx \frac{4}{11}\cdot 10^3 \approx 400\left(\frac{км}{с}\right) \sim$ у нашей галактики $\approx 500$$

~~Видимая зв. величина нашей галактики $\approx -20^m$~~

~~Андромеды $\approx 8^m$~~

~~Видимая~~ освещенность ~~зв. величина~~ должна быть скорее всего пропорциональна кол-ву звезд в галактике и обратно пропорциональна расстоянию до галактики в квадрате... Будем сравнивать с Андромедой (галактикой)

L - светимость, r_A - расст. до Андр.

$$m - m_A = -2{,}5 \lg\left(\frac{E}{E_A}\right) = -2{,}5 \lg\left(\frac{L}{4\pi r^2} \cdot \frac{4\pi r_A^2}{L_A}\right)$$

В Млечном Пути $\approx 10^{12}$ звезд. $\underset{\text{звезда}}{M_{зв}} \approx 30 \underset{\text{межзв. среда}}{M_{мз}}$

$L \sim N_{зв}$

$m_A \approx 3^m$ зв. величина Андр.

$N_{зв} \sim M_{гал} \sim V \sim R^2$ $\quad R_A \approx 2R_{МП}$

(толщина пусть одинаковая) и плотность тоже

$V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ скорость на границе галактики $\Rightarrow v^2 \sim \frac{M}{R} \sim R \Rightarrow \underline{R^2 \sim v^4}$

Таким образом: $L \sim R^2$ радиус галактики

$$\frac{L}{L_A} = \left(\frac{R}{R_A}\right)^2 = \left(\frac{v^2}{G\pi d\rho R_A}\right)^2$$

$$R = \frac{v^2}{G\pi \underset{\text{толщина галактики}}{d} \underset{\text{плотность}}{\rho}}$$

пусть d - толщина галактики ~~тики $\approx$ у всех одинакова~~

$$\underbrace{\rho = \frac{M}{\pi R^2 \cdot d}}_{\text{у всех одна}} \Rightarrow \frac{L}{L_A} = \left(\frac{v^2}{G\pi R_A \cdot \frac{M_{МП}}{\pi R_{МП}^2 \cdot d} \cdot d}\right)^2$$

$\Downarrow$

сравним с МП

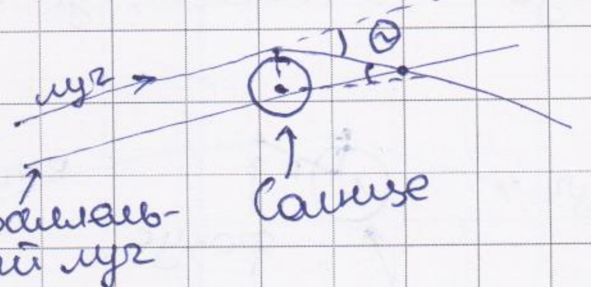
см. продолжение на стр. 8

② $\Theta_\odot = 1'',75$

M, R

$F \sim \frac{1}{M}$

F – ? минимальное



Угол отклонения скорее всего зависит от M, R гравитационной постоянной и скорости света (c) (G)

Воспользуемся методом размерностей:

$$\underset{(рад)}{\Theta} = G^\alpha M^\beta \cdot R^\gamma \cdot c^\delta$$

$[G] = \frac{м^3}{с^2 \cdot кг}$

$[M] = кг$

$[R] = м$

$[c] = м/с$

$$[-] = м^{3\alpha} \cdot с^{-2\alpha} \cdot кг^{-\alpha} \cdot кг^\beta \cdot м^\gamma \cdot м^\delta \cdot с^{-\delta}$$

$$\begin{cases} 3\alpha + \delta + \gamma = 0 \\ -2\alpha - \delta = 0 \\ \alpha = \beta \end{cases}$$

пусть $\alpha = 1 \Rightarrow \beta = 1$, $\delta = -2$, $\gamma = -1$

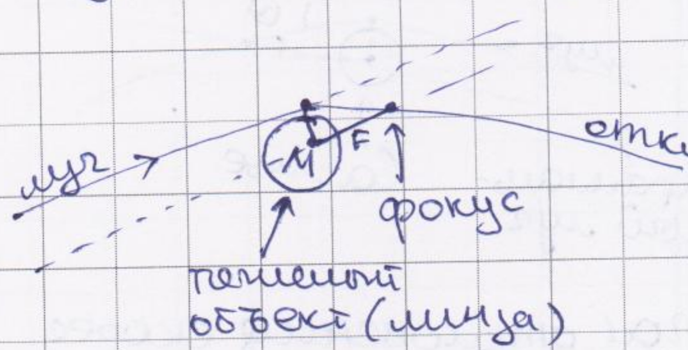
Итого: $\boxed{\Theta = \frac{\overset{const}{C} \cdot GM}{Rc^2}}$ C – константа, которую можно вычислить, зная $\Theta_\odot = 1,75''$

$$C = \frac{\Theta \cdot R \cdot c^2}{G \cdot M} = \frac{1,75 \cdot 7 \cdot \cancel{10^5} \cdot (2\pi \cdot 10^4)^2}{2 \cdot \cancel{10^5} \cdot 150 \cdot 10^6 \cdot \cancel{4\pi^2}} \approx \frac{1,75 \cdot 7 \cdot \cancel{10^8}}{2 \cdot 15 \cdot \cancel{10^7}} \approx \boxed{4}$$

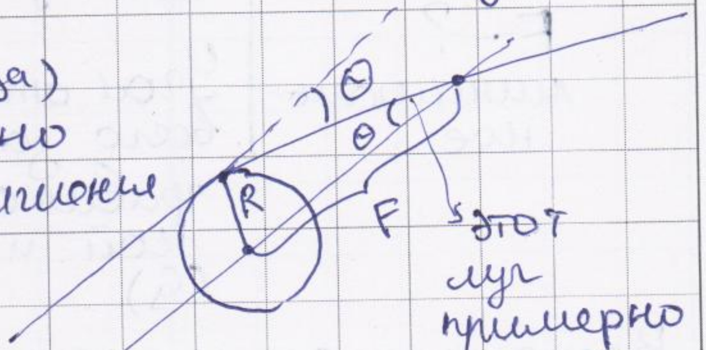
в системе [а.е., года, $M_\odot$]

$$\boxed{\Theta = \frac{4GM}{Rc^2}}$$

Фокус – то место, где лучи собираются



Угол $\Theta \ll 1$ => можно использовать приближение малых углов



$$\Theta \approx \frac{R}{F} \Rightarrow F \approx \frac{R}{\Theta}$$

$$\boxed{F \approx \frac{R^2 c^2}{4GM}}$$ ← это ответ

как раз получилось, что $F \sim \frac{1}{M}$

---

(5) $N = 300615205$ – кол-во звезд, ярче m - проницающей способности телескопа (набл. инструмента)

Используем теорему Зеелингера:

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} = 4$$, из неё следует, что

$$N(m) \approx 1{,}5 \cdot 4^m \Rightarrow 4^m \approx \frac{2}{3} \cdot 300615205$$

$$m \approx \log_4\left(\frac{2}{3} \cdot 300615205\right)$$

продолжение №5

$m \approx \log_4\left(\frac{2}{3}\cdot 300615205\right)$, нас просят найти m максимально точно.

В первом приближении $300615205 \approx 3\cdot10^8$

тогда:

$$m \approx \log_4 2\cdot10^8 = \log_4 2 + \log_4 10^8 =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\lg 10^8}{\underbrace{\lg 4}_{\approx 0{,}6}} \approx 0{,}5 + \frac{8}{0{,}6} \approx \boxed{13{,}8^m}$$

Теперь попробуем учесть эти 615205.

$\frac{300615205}{3} \approx 100205068$, умножим на 2: $\underline{200410136}$

И нам нужен $\log_4(200410136)$

$$\log_4(200410136) = \frac{\ln(2\cdot10^8 + 410136)}{\ln 4} =$$

$$= \frac{1}{\ln 4}\cdot\left(\underbrace{\ln\left(1+\frac{410136}{2\cdot10^8}\right)}_{} + \underbrace{\ln(2\cdot10^8)}_{\approx 0{,}3}\right) \approx$$

$$\approx \frac{1}{\ln 4}\left(\frac{410136}{2\cdot10^8} + \frac{\lg 2 + 8}{\underbrace{\lg e}_{\approx 0{,}48\ (e\approx3)}}\right) \approx$$

$$\frac{1}{\ln 4} = \frac{\lg e}{\lg 4}$$

$$\approx \frac{0{,}48}{0{,}6}\left(\frac{\overset{\approx 4\cdot 10^8}{410136}}{\cancel{2\cdot10^8}_{10^3}} + \frac{8{,}3}{\cancel{0{,}48}}\right) \approx 8\cdot2\cdot10^{-3} + 14 \approx 13{,}82^m$$

короче, $\boxed{14^m}$

4) Будем считать систему замкнутой ⇒ ⇒ в ней сохраняется момент импульса (ЗСМИ работает).

$M_{Ю} \approx 0{,}001 M_{\odot}$, $R_{Ю} \approx 0{,}1 R_{\odot}$

момент инерции

До падения Юпитера: $I_0 = \underline{M_0 R_0^2}$, $T_0 \approx 1$ мес.

$M_0 = M_{\odot}$ $R_0 = R_{\odot}$

После: $\underline{I = MR^2}$, $\boxed{T - ?}$

$M = M_0 + 0{,}001 M_0$ $\underline{R - ?}$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Будем считать, что при падении Юпитера они просто слились: получилось новое „Солнце" с массой M и радиусом M. Поверхность его должна быть эквипотенциальна.

Запишем ЗСЭ и ЗСМИ:

пот. эн. шара

$$\begin{cases} -\frac{3}{5} \cdot \frac{GM_0^2}{R_0} + \frac{M_0 R_0^2 \omega_0^2}{2} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} + \frac{MR^2\omega^2}{2} \\ M_0 R_0^2 \omega_0^2 = MR^2\omega \end{cases}$$

$R = R_0 + \Delta R$

см. продолжение на стр. 7 (на следующей !!)

продолжение №4

ЗСЭ в таком виде выходит так себе...
Вспомним теорему о вириале!

$E_{кин} = -\frac{1}{2}E_{пот} \Rightarrow \frac{M_0^2}{R_0} = \frac{M^2}{R}$ (сократив всё, что сокращается)

$R = R_0\left(\frac{M}{M_0}\right)^2$

Подставим в ЗСМИ:

$M_0 \cancel{R_0^2} \omega_0 = M \cancel{R_0^2}\left(\frac{M}{M_0}\right)^4 \omega, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$

$T = T_0\left(\frac{M}{M_0}\right)^5 = T_0\left(1 + \frac{M_ю}{M_0}\right)^5 = \left| M_ю = \frac{1}{1000}M_0 \right| =$

$= \left(1 + \frac{1}{1000}\right)^5 T_0 \approx \boxed{T_0 \cdot 1{,}005}$

$T_0 \approx 30$ дней (месяц)

$\Delta T = T - T_0 = 0{,}005T_0 \approx \frac{5 \cdot 3\cancel{0}}{100\cancel{0}} = 0{,}15$ сут $=$

$= 0{,}15 \cdot 24 \approx \boxed{3{,}6 \text{ часа}}$

изменение периода осевого вращения ☉

продолжение №3

Итого у нас получилось:

$$\frac{L}{L_A} = \left(\frac{R}{R_A}\right)^2 = \left(\frac{v^2}{G\cdot\pi\cdot d\cdot\rho}\cdot\frac{1}{R_A}\right)^2 = \left|\rho = \frac{M_{МП}}{\pi R_{МП}^2\cdot d}\right| =$$

$$= \left(\frac{v^2\cdot R_{МП}^2}{G\; R_A\cdot M_{МП}}\right)^2 = \left|R_A = 2R_{МП}\right| = \left(\frac{v^2\cdot R_{МП}}{2G\cdot M_{МП}}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{400^2\cdot 10^6\cdot \cancel{18}^{15}\cdot 10^3\cdot \cancel{2}\cdot 10^5\cdot 150\cdot 10^9}{\cancel{2}\cdot \underset{\approx 7}{6{,}67}\cdot 10^{-11}\cdot \underbrace{\cancel{10}\cdot 10^{12}\cdot 2\cdot 10^{30}}}\right)^2 \approx$$

в МП $\approx 10^{12}$ зв, пусть все похожи на $\odot$ ~~и~~

$$= \frac{16\cdot 10^4\cdot 10^{14}\cdot 10^{10}\cdot 15}{7\cdot 10^{\cancel{}}\cdot 2\cdot 10^{30}} \approx$$

$$\approx \cancel{\;}2\cdot 10^{-2} \approx 0{,}02$$

Оценим расстояние до галактики Андр.
я помню, что угловой диаметр $\approx 3°$
тогда расстояние $r_A \approx \frac{\cancel{\;}60\text{ пк}\cdot 2\cdot 10^5}{3\cdot \cancel{\;}} \approx \cancel{\;}40\cdot 10^5 \approx$ ~~\;~~ 4 Мпк

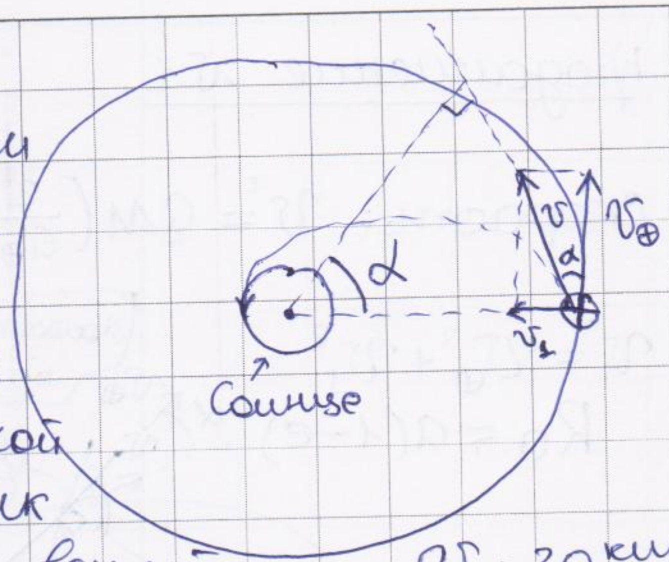
Тогда:

$$m \approx m_A - 2{,}5\lg\left(0{,}02\cdot\left(\frac{4}{860}\right)^2\right) \approx$$

$$\approx 3 - 2{,}5\lg\left(\underbrace{2\cdot 10^{-2}\cdot 25\cdot 10^{-6}}_{5\cdot 10^{-7}}\right) \approx \boxed{20^m}$$

реально увидеть

(максимум HST видит $+30^m$).



① При решении задачи я не буду учитывать вращение Земли вокруг своей оси, т.к.
1) не сказано, на какой широте волшебник Оох забрасывал зловещий шар
2) поправка будет очень мала (на экв. 0,5 км/с всего)

$v_\oplus = 30\ \frac{км}{с}$

v_1 – скорость, с которой бросал Оох (искомая)

Результирующая скорость (в СО Солнца)

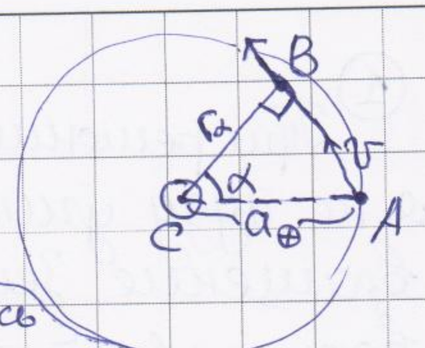
$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_\oplus \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 + v_\oplus^2}$, $tg\,\alpha = \frac{v_1}{v_\oplus}$

Если бы $v_1 \gg v_\oplus$, то шар летел бы просто прямо в Солнце. Но нам нужно, чтобы $v_1 \to min$. Если бы Оох знал небмех, он бы бросал по $\vec{v}_\oplus$, тогда затраты были бы минимальны (шар летел бы по гамановской траектории, которая самая эн. выг.)

$\boxed{r_\pi = R_\odot}$ - перицентр. расст.

одно из усл. минимальности v_1

продолжение №1

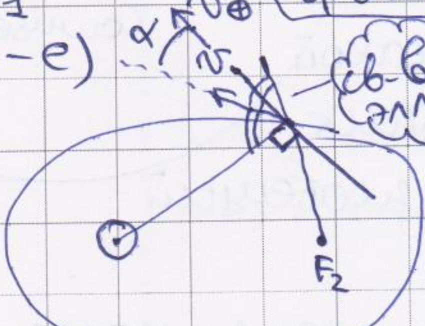


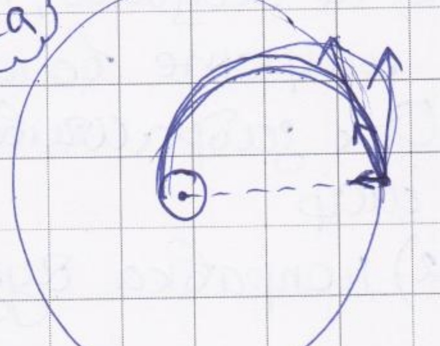
скорость: $v^2 = GM\left(\frac{2}{a_\oplus} - \frac{1}{a}\right)$

большая полуось орбиты шара

$v^2 = v_\oplus^2 + v_1^2$

$R_\odot = a(1-e)$





$$r_\alpha = a_\oplus \cos\alpha$$

$$a(1+e) \rightsquigarrow \overbrace{\frac{R_\odot + a_\oplus\cos\alpha}{2}}^{a}(1+e)$$

до апоцентра лететь будет недолго ≈ прямолинейно.

$$\underline{a_\oplus\cos\alpha \approx \frac{R_\odot + a_\oplus\cos\alpha}{2}(1+e)}$$

$R_\odot \approx \frac{R_\odot + a_\oplus\cos\alpha}{2}(1-e)$ – перицентрическое для минимума → $R_\odot$

$$\begin{cases} R_\odot = a_\oplus\cos\alpha(1-e) - R_\odot e & (1) \\ \underbrace{v_1^2 + v_\oplus^2}_{v^2} = GM\left(\frac{2}{a_\oplus} - \frac{2}{R_\odot + a_\oplus\cos\alpha}\right) \end{cases}$$

$e = \frac{-v^2 a + GM}{v^2 a + GM}$ → из апоцентрической скорости

$$\frac{1-e}{1+e} = \frac{1+\frac{v^2a-GM}{v^2a+GM}}{1+\frac{GM-v^2a}{v^2a+GM}} = \frac{\cancel{2}v^2a}{\cancel{2}GM}$$

$$(1): \begin{cases} R_\odot = a_\oplus\cos\alpha\cdot\frac{v^2a}{GM} \Rightarrow \\ v^2 = GM\left(\frac{2}{a_\oplus} - \frac{1}{\underbrace{R_\odot + a_\oplus\cos\alpha}_{a}}\right) \end{cases}$$

$$a = R_\odot + a_\oplus\cos\alpha$$

$$a = \frac{GMa_\oplus}{2GM - v^2a_\oplus} \Rightarrow a_\oplus\cos\alpha = a - R_\odot$$

$$v^2 = \frac{GMR_\odot}{a_\oplus\cos\alpha\cdot a} = \frac{GMR_\odot(2GM - v^2a_\oplus)}{\left(\frac{GMa_\oplus}{2GM-v^2a_\oplus} - R_\odot\right)GMa_\oplus}$$

$$GMa_\oplus v^2\left(\frac{GMa_\oplus}{2GM - v^2a_\oplus} - R_\odot\right) = 2G^2M^2R_\odot - GMR_\odot a_\oplus\cdot v^2$$