

N1

Если пренебречь межзвёздным поглощением, то поверхностная яркость не зависит от расстояния.

Пусть r_1, r_2 — расстояния до галактик, R_1 и R_2 — их радиусы. Галактики одинаковые, поэтому $R_1 = R_2$

$$m_1 - m_2 = -5 \lg \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$$

$$\mu_1 = m_1 + 2,5 \lg (z_1) = m_1 + 2,5 \lg \left(\frac{R_1^2}{r_1^2} \right) = m_1 + 2,5 \lg \left(\frac{R_1^2}{r_2^2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} \right)$$

$$= m_2 - 5 \lg \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + 2,5 \lg \left(\frac{R_1^2}{r_2^2} \right) + 5 \lg \left(\frac{r_2}{r_1} \right) =$$

$$= m_2 + 2,5 \lg \left(\frac{R_1^2}{r_2^2} \right) = m_2 + 2,5 \lg (z_2) = \mu_2.$$

Вторая галактика находится в локальной Вселенной, поэтому для неё поглощением можно пренебречь.

Но первая галактика находится очень далеко ($z > 1$), поэтому это сделать нельзя. Она находится настолько далеко, и движется настолько быстро (т.к. $V = H R$, где $H = 68 \frac{\text{км/с}}{\text{Мпк}}$), что при подсчёте красного смещения нужно учитывать релятивистские эффекты.

~~Можно предположить, что она находится на краю видимой Вселенной, тогда расстояние до неё $r_1 \approx 5 \cdot 10^3 \text{ Пк} \approx 5 \cdot 10^3 \text{ Мпк}$. Тогда поглощение для неё равно $\Delta m = 2 \frac{m_{\text{пк}}}{\text{Мпк}} \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ Мпк}$~~
 $\Delta m \approx 10^4 m$. Тогда ~~$m_1 + m + 2,5 \lg (z_1) = \mu_1$~~

Также можно сказать, что характерная поверхностная яркость для галактики примерно равна 10^4

Тогда $\frac{m_2}{m_1} = 1 + \frac{\Delta m}{m} \approx 1 + \frac{10^4}{10} = 1 + 10^3 \approx 10^3$

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} \approx 10^3$

N2

$R = 20 \text{ пк}$

$\sigma = 3 \text{ пк}$

$N = 10^6$

$V = 10 \text{ км/с}$

M - масса скопления $M = N \cdot M_\odot$

m - масса звезды $m = M_\odot$

посчитаем силу, которая действует на звезду в зависимости от её смещения от центра r

$$F(r) = \frac{-GM \cdot \frac{r^3}{R^3} \cdot m}{r^2}$$

$$F(r) = \frac{-GMm}{R^3} \cdot r = m \cdot a(r)$$

$$a(r) + \frac{GM}{R^3} r = 0$$

$$\ddot{r} + \frac{GM}{R^3} r = 0$$

- решением этого уравнения

является уравнение гармонических колебаний. Тогда r будет меняться с периодом $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

Посчитаем энергию которой сейчас обладает звезда и посмотрим хватит ли этой энергии, чтобы вылететь за границы скопления

$$E_{\text{полн}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm \cdot \frac{r^3}{R^3}}{r} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm r^2}{R^3}$$

$$E_{\text{полн}} = 2 \cdot 10^{30} \left(\frac{10000^2}{2} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 10^6 \cdot 3^2 (2,06 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11})^2}{20^3 (2,06 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11})^3} \right) =$$

$$= 2 \cdot 10^{30} \left(\frac{10^8}{2} - \frac{6,67 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10^{25}}{8 \cdot 10^3 \cdot 2,06 \cdot 1,5 \cdot 10^{16}} \right) = 2 \cdot 10^{30} \left(\frac{10^8}{2} - \frac{6,67 \cdot 9 \cdot 10^{25}}{4 \cdot 2,06 \cdot 1,5 \cdot 10^{13}} \right) =$$

$$= 2 \cdot 10^{30} \left(\frac{10^8}{2} - \frac{10,3 \cdot 10^{25}}{6 - 2,06 \cdot 10^{13}} \right) = 2 \cdot 10^{30} \left(5 \cdot 10^7 - \frac{10}{2} \cdot 10^6 \right) =$$

$$= 2 \cdot 10^{30} \cdot 5 \cdot 10^6 (10 - 1) = 10 \cdot 10^{36} \cdot 9 = 9 \cdot 10^{37} \text{ (Дж)}$$

Энергия звезды получилась положительной, это значит, что звезда сможет улететь от скопления на бесконечность (и даже будет обладать там скоростью) Произойдет это через бесконечно большое время.

(P.S. т.к. величины, которые просят найти в задаче получились бесконечно большие $R \rightarrow \infty$ $r \rightarrow \infty$ вероятно что-то пошло не так. Поэтому просто напишу, что

① если звезда не вылетает из скопления,

то $\tau = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$ и $\frac{mv^2}{2} - \frac{GMmr^2}{R^3} = \frac{GMmr_{\text{max}}^2}{R^3}$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{R^3}{GMm} \left(\frac{mv^2}{2} - \frac{GMmr^2}{R^3} \right)}$$

② если звезда вылетает за границы скопления, то можно найти по ЗСЭ её скорость на границе

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMmr^2}{R^3} = \frac{mV_r^2}{2} - \frac{GMm}{R} \quad V_r^2 = v^2 + 2 \left(\frac{GM}{R} - \frac{GMr^2}{R^3} \right)$$

Далее знаем, что $V_r^2 = GM \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{a} \right) \Rightarrow$ находим a

← мы считаем эту величину внутри скопления звезда примет быстро и это не сильно влияет на ответ

Орбита вытянута $\Rightarrow v_{\text{max}} \approx 2a$

$$\tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

~~ХУМ~~ N3
 $M = 0,35 M_{\odot}$
 $T = 62400 \text{ с}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} \quad a = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot GM}{4\pi^2}}$$

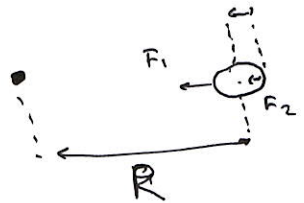
$$a \approx \sqrt[3]{\frac{6^2 \cdot 3600^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 0,35 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{4 \cdot 9,8}} =$$

$$= 36 \sqrt[3]{\frac{10^4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 0,35 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{4 \cdot 9,8}} = 36 \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 0,35 \cdot 2 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 9,8}} =$$

$$= 36 \cdot \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 3,5 \cdot 2}{4 \cdot 9,8} \cdot 10^{22}} = 36 \cdot \sqrt[3]{\frac{33}{47} \cdot 10^{22}} = 36 \sqrt[3]{0,8 \cdot 10^{22}}$$

$$a = 36 \cdot \sqrt[3]{8 \cdot 10^{21}} \quad a \approx 36 \cdot 2 \cdot 10^7 \approx 7,2 \cdot 10^8 \text{ м}$$

Рассчитаем приливное ускорение! ($r = R \oplus$)



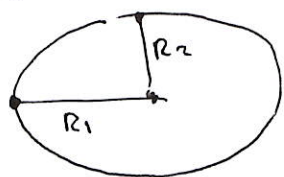
$$F_1 = \frac{GMm}{(R-r)^2} \quad F_2 = \frac{GMm}{(R+r)^2}$$

$$2F = F_1 - F_2 = GMm \left(\frac{1}{(R-r)^2} - \frac{1}{(R+r)^2} \right) =$$

$$= \frac{GMm (R^2 + 2rR + r^2 - R^2 + 2rR - r^2)}{R^4 - r^4} \approx \frac{GMm \cdot 4Rr}{R^4}$$

$$F = \frac{2GMmr}{R^3} \quad a_{\text{пр}} = \frac{2GMr}{R^3}$$

Пусть планета приняла форму эллипсоида



1) Равновесие для кусочка около большего радиуса

$$\frac{GM}{R_1^2} = \frac{2GMr}{a^3} \quad \frac{1}{R_1^2} = \frac{2r}{a^3} \quad R_1 = \sqrt{\frac{a^3}{2r}}$$

2) Объем ~~планеты~~ того же как планеты растянуто не изменился

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad r^3 = R_1 \cdot R_2^2 \quad R_2 = \sqrt{\frac{r^3}{R_1}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_1}{\sqrt{\frac{r^3}{R_1}}} = \sqrt{\frac{R_1^3}{r^3}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{\frac{a^3}{2r}})^3}{r^3}} = \sqrt{\frac{a^{\frac{3 \cdot 3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}} \cdot r^{\frac{3}{2} + 3}}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{a^{\frac{9}{2}}}{2^{\frac{3}{2}} \cdot r^{\frac{9}{2} + 3}}}$$

~~ХУМ~~ $a = 7,2 \cdot 10^8 \text{ м}$ $\frac{R_1}{R_2} = \frac{a^{\frac{9}{4}}}{2^{\frac{3}{4}} \cdot r^{\frac{9}{4}}}$
 $r = 6400000 \text{ м}$

Хим-46

Страница 5 из 5

NS

$$\dot{E} = -\frac{\omega}{m} \dot{J}$$

зед:

$$E = E_{\text{колеб}} + \frac{J \Omega^2}{2}$$

колеблющаяся "раскачивается" если $E_{\text{колеб}} > 0$

$$\dot{E} = \dot{E}_{\text{колеб}} + \frac{\dot{J} \Omega^2 + J \cdot 2\Omega \dot{\Omega}}{2} = -\frac{\omega}{m} \dot{J}$$

Условие: $-\frac{\omega}{m} \dot{J} - \frac{\dot{J} \Omega^2 + J \cdot 2\Omega \dot{\Omega}}{2} > 0$

Нет внешних сил $\Rightarrow$ сохраняется момент импульса

$$L = mVr = m\Omega r^2$$

$$dL = d\Omega + 2r dr = 0$$

$$d\Omega = -2r dr$$

~~Аналогично~~ $J_{\text{шара}} = \frac{3}{5} MR^2$

$$dJ_{\text{шара}} = \frac{3}{5} M \cdot 2R dr = -\frac{3}{5} M \cdot d\Omega$$

$$\frac{\omega}{m} \cdot \frac{3}{5} M d\Omega - \frac{-\frac{3}{5} M d\Omega + J \cdot 2\Omega d\Omega}{2} > 0$$