

№5

$$R_B \approx 6000 \text{ км}$$

$$R_{Ю} \approx 72000 \text{ км}$$

$$a_B \approx 0,7 \text{ а.е.}$$

$$a_{Ю} \approx 5,2 \text{ а.е.}$$

$$p'' = 2 \cdot 206265 \cdot \frac{R}{l}$$

↖ радиус объекта
↖ расстояние до объекта

↖ угл. diam. в ["]

$$p_B = 2 \cdot 206265 \cdot \frac{R_B}{l_B}$$

$$p_{Ю} = 2 \cdot 206265 \cdot \frac{R_{Ю}}{l_{Ю}}$$

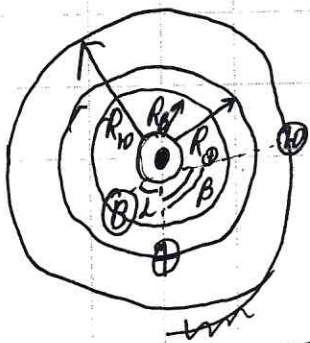
$$2 \cdot 206265 \cdot \frac{R_B}{l_B} = 2 \cdot 206265 \cdot \frac{R_{Ю}}{l_{Ю}}$$

$$\frac{R_B}{l_B} = \frac{R_{Ю}}{l_{Ю}} \quad \frac{l_{Ю}}{l_B} = \frac{R_{Ю}}{R_B} \quad \frac{R_{Ю}}{R_B} = \frac{72000}{6000} = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{l_{Ю}}{l_B} = 12 \Rightarrow l_{Ю} = 12 l_B$$

То есть расстояние от Земли до Венеры в ≈ 12 раз меньше расстояния от Земли до Юпитера

* рисунок не в масштабе



Пусть угол между прямыми Земля-Солнце и Венера-Солнце $= L$, а между прямыми Земля-Солнце и Юпитер-Солнце $= B$.
В таком случае

$$l_B^2 = 1^2 + 0,7^2 - 2 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot \cos L \approx 1,5 - 1,4 \cos L \approx 1,5(1 - \cos L)$$

$$l_{Ю}^2 = 1^2 + 5,2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 5,2 \cdot \cos B \approx 28 - 10,4 \cos B$$

$$\frac{l_{Ю}}{l_B} = 12 = \sqrt{\frac{28 - 10,4 \cos B}{1,5(1 - \cos L)}}$$

$$\frac{28 - 10,4 \cos B}{1,5(1 - \cos L)} = 144 \quad 28 - 10,4 \cos B = 216(1 - \cos L)$$

$$216 \cos L = 188 + 10,4 \cos B \quad (\cos L = \frac{188}{216} + \frac{10,4}{216} \cos B)$$

* Крайние случаи, когда $\cos B$ равен 1 и -1

= Продолжение №5 =

Если Венера нахв. в минн. соедин., то $\ell_B = 1,0,7 = 0,3 \text{ а.е.}$
 Тогда $\ell_{Ю} = 0,3 \cdot 12 = 3,6 \text{ а.е.}$, но даже если Юпитер нахв.
 в противост., $\ell_{Ю}$ все равно $5,2 - 1 = 4,2 \text{ а.е.}$, что $\neq 3,6 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Венера не могла нахв. в минн. соедин.

Рассмотрим же случай, когда ℓ_B наименьш. не подходит.

Рассмотрим случай, когда ℓ_B макс. - когда Венера
 нахв. в ~~противост.~~ верх. соедин. Тогда $\ell_B = 1,0,7 = 1,7 \text{ а.е.}$

$\Rightarrow \ell_{Ю} = 12 \cdot 1,7 \approx 20,4 \text{ а.е.}$, однако $\ell_{Ю} \text{ макс.} =$

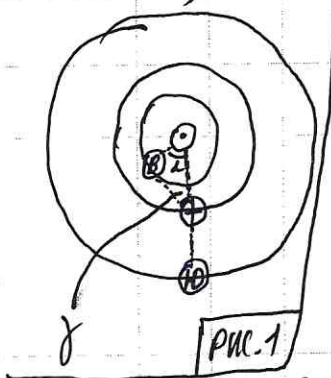
$= 1 + 5,2 = 6,2 \text{ а.е.}$, что $< 20,4 \Rightarrow$ Такой вып. тоже не

подходит. Тогда будем считать все через $\ell_{Ю}$: (рассмотрим крайн. случаи для $\angle B$)
 $\ell_{Ю} \text{ мин.} = 5,2 - 1 = 4,2 \text{ а.е.} \Rightarrow \ell_B = \frac{4,2}{12} \approx 0,35 \text{ а.е.} < \ell_B$

То есть $\ell_B = \sqrt{1,5(1 - \cos L)} = 0,35 \text{ а.е.}$

Тогда $1,5(1 - \cos L) = 0,12$ $1 - \cos L = 0,08$

$\cos L = 0,92 \Rightarrow$ ~~в таком случае~~ В таком случае



$$\frac{\ell_B}{\sin L} = \frac{a_B}{\sin \gamma} \quad (\text{см. рис. 1}) \Rightarrow \sin \gamma = \frac{a_B}{\ell_B} \sin L$$

$$\sin \gamma = \frac{0,7}{0,35} \cdot \frac{\sin L}{1} = 2 \cdot \sin L$$

$$\sin \gamma = 2 \sin L$$

$$\sin L = \sqrt{1 - 0,92^2} \approx \sqrt{1 - 0,85} \approx \sqrt{0,16} \approx 0,4$$

$$\sin \gamma = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \Rightarrow \gamma \approx 50^\circ \quad (\text{это можно понять по единич. окр.})$$

Тогда угл. расстояние $= 180 - 50 = 130^\circ$

Другой предельный случай, $\ell_{Ю} \text{ макс.}$ Тогда $\ell_{Ю} = 1 + 5,2 = 6,2 \text{ а.е.}$

$$\ell_B = \frac{\ell_{Ю}}{12} \approx 0,5 \text{ а.е.} \quad 1,5(1 + \cos L) = 0,5^2 \quad 1 - \cos L = \frac{0,25}{1,5}$$

$$1 - \cos L = 0,16 \quad \cos L = 0,84 \quad \sin L = \sqrt{1 - 0,84^2} \approx \sqrt{1 - 0,71} \approx \sqrt{0,29}$$

= 2e предметное №5 =

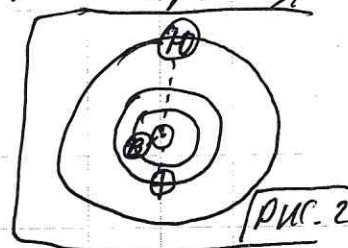
$$\sqrt{0,29} = 0,1\sqrt{29}$$

Как найти $\sqrt{29}$? Ближ. к 29 ^{и меньш. 29,} квадр. цел. числа = 5

$$\frac{\frac{29}{5} + 5}{2} = \frac{5,8 + 5}{2} = 5,4 \quad \frac{\frac{29}{5,4} + 5,4}{2} \approx \frac{5,38 + 5,4}{2} = 5,39 \approx 5,4$$

$$5,4 \cdot 0,1 = 0,54 = \sqrt{0,29}$$

← это и есть корень из 0,29 (примерный)



То есть $\sin \gamma = 0,54 \Rightarrow \gamma \approx 30^\circ$
 В данном случае Юпитер в противостоянии. $\Rightarrow$ Луч зрения на $\odot$ совпадает с луч. зр. на Юпитер $\Rightarrow \gamma$ и есть угл. расст. между Юпитером и Венерой (см. рис. 2)

Итого, пр. случаи - ~~и Юпитер и Венера~~ угл. расст. равно 30° и 130° . Все случаи между ними также подходят

Ответ: от 30° до 130° .

№4

$$\pi'' = \frac{1}{r_{\text{пк}}}$$

$$p'' = 2 \cdot 206265 \cdot \frac{R_{\text{пк}}}{r_{\text{пк}}} = 2 \cdot \frac{R_{\text{а.е.}}}{r_{\text{пк}}}$$

$$\frac{\pi''}{p''} = 50 \quad \pi'' = 50 p'' \quad \frac{1}{r_{\text{пк}}} = 100 \frac{R_{\text{а.е.}}}{r_{\text{пк}}}$$

$$1 = 100 R_{\text{а.е.}} \quad R_{\text{а.е.}} = \frac{1}{100} \text{ а.е.} = 0,01 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ м} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ м}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow V \approx 4R^3 = 4 \cdot (1,5)^3 \cdot 10^{27} \approx 4,34 \cdot 10^{27} \approx 13,6 \cdot 10^{27} \text{ м}^3$$

$$M_\odot \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \Rightarrow M_{\text{звезд}} = 2 M_\odot = 4 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\text{всё } M}{\text{всё } V} = \frac{M}{V} \Rightarrow \rho_{\text{ср}} = \frac{M_{\text{ЗВРЗДЫ}}}{V} = \frac{4 \cdot 10^{30}}{13,6 \cdot 10^{27}} \approx 0,29 \cdot 10^3 = 290 \text{ кг/м}^3$$

ОТВЕТ: $\rho_{\text{ср}} = 290 \text{ кг/м}^3$

№3

Как работает приливная электрост.

Рис. 3

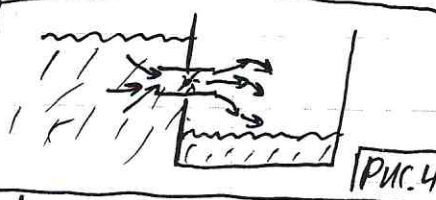


Рис. 4

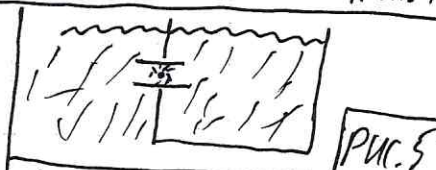


Рис. 5

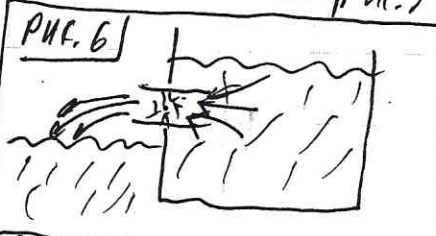
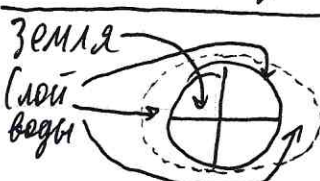


Рис. 6

1. Есть некое пр-во для воды, отделенн. от общ. массы воды стеной. Вода может перетекать только через турбину. (см. рис. 3)
2. Когда начинается прилив уровень воды и $\Rightarrow$ давление в открытой воде выше. Вода перетекает в резервуар приводя турбину в движение. (рис. 4)
3. Через некоторое время давл. нормализ. и движение останавливается (рис. 5)
4. Когда прилив заканчивается уровни воды и $\Rightarrow$ давления с двух сторон разные $\Rightarrow$ вода опять перетекает, но на этот раз в другую сторону (из резервуара в открытое пр-во) - см. рис. 6



Какой-то крайне притягательный объект (например, луна)

Из-за гравитацион. возд. объекта на воду, она как бы "растягивается"

по линии центр Земли - центр объекта

Рис. 7

= Продолжение №3 =

Из-за этого, приливы и отливы происходят
 * 2 раза за синод. пер. обращ. Луны вокр. Земли и
 период вокр. Земли вокр. своей оси (≈ 2 раза за
 $24^h 50^m \approx 2$ раза за 25^h) ~~и~~ И эти приливы
 макс., когда ещё Солнце попадает на линию
 центр Луны - центр Земли - центр Солнца. В связи с
 этим можно взять $\approx$ среднюю ~~выс.~~ высоту
 прилива $\frac{9+13}{2} = \text{~~11~~ } 11 \text{ м}$

Тогда объём её резервуара, затопляемый водой
 * (в среднем) равен $20000 \text{ км}^2 \cdot 0,011 \text{ км} \approx 220 \text{ км}^3$
~~и~~ Масса всей этой воды равна ($\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$)
 $220 \cdot 1000^3 \cdot 1000 = 220 \cdot 10^{3 \cdot 4} = 220 \cdot 10^{12} \text{ кг}$
~~и~~

Объём мирового океана ~~и~~ (с кот. соедин. Охотское
 море, частью кот. и звл. залив (Чешма) много
 больше объёма данного резервуара $\Rightarrow$ затопление
~~и~~ данного резервуара на уровне
~~и~~ воды в мировом океане не считается. Чтобы
 посчитать, сколько энергии вода передаст турбине,
 нужно посчитать разницу ~~и~~ Епотен. Возьмем
 уровень воды ~~и~~ "без прилива" = 0 (и будем отчит. от
 него) тогда сначала у нас $220 \cdot 10^{12} \text{ кг}$ суммарная
 Епотен. $= 220 \cdot 10^{12} \cdot 11 \cdot 10 = 24,2 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$ (* $E_n = mgh$)
 4

= еще продолжение №3 =

Когда вся эта вода попадет в резервуар, её у.м. опустится на $\frac{41}{2} = 5,5 \text{ м}$ и её $E_{\text{потенц}}$ будет равна $E_{\text{пот}} = 220 \cdot 10^{12} \cdot 5,5 \cdot 10 = 12,1 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$

Разница этих $E_{\text{пот}}$ и будет передана турбине $\Delta E_{\text{пот}} = 24,2 \cdot 10^{15} - 12,1 \cdot 10^{15} = 12,1 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$

Когда прилив закончится, вся эта вода снова попадет в мировой океан и т.к. $V_{\text{мир. океана}} \gg V_{\text{резервуара}}$, вода распределится по мир. океану и её $E_{\text{потенц}}$ будет равна $E_{\text{пот}} = 220 \cdot 10^{12} \cdot 0 \cdot 10 = 0 \text{ Дж}$

(у.м. будет на уровне мир. океана = уровень воды "без прилива"). Тогда есть $\Delta E_{\text{пот}} = 12,1 \cdot 10^{15} \text{ Дж} - 0 = 12,1 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$

Итого за 1 прилив (и отлив), ~~от~~ турбины получают $E_2 = 12,1 \cdot 10^{15} + 12,1 \cdot 10^{15} = 24,2 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$

За 1 синод период обрщ. Луны вокр. Земли и Земля вокр. своей собств. осью ~~оси~~ ($\approx 25^{\text{ч}}$) пройдет 2 ~~раза~~ прилива (и отлива) $\Rightarrow$ ~~выработка энергии~~

Электростанция получит $24,2 \cdot 10^{15} \cdot 2 = 48,4 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$

За 1 год успеет пройти ~~или~~ $\frac{365 \cdot 24}{25} \approx 354$ таких периодов (по 2 прилива и отлива) $\Rightarrow$ выработается $\approx 17,1 \cdot 10^{18} \text{ Дж}$ (при КПД = 100%)

Ответ: $17,1 \cdot 10^{18} \text{ Дж}$

№2

Пусть они начинают на широте φ , а радиус планеты R . *Введем систему координат как на Земле: $\varphi \in [-90; +90]$

Тогда ~~прямой путь~~ все пройден одинак. расстояние (т.к. они шли с одинак. скоростью одинак. время, а $S = vt$)

Тр, кто шел на зап. ~~или~~ вост. пройден расстояние $2\pi R \cos \varphi / 2 = \pi R \cos \varphi$; Тот, который шел на север,



пройден ~~одинак.~~
 $2\pi R \cdot \frac{180 - 2\varphi}{360}$

(см. рис. 8)

Получается, что
 $\pi R \cos \varphi = 2\pi R \frac{180 - 2\varphi}{360}$
 $\cos \varphi = \frac{180 - 2\varphi}{180}$

$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi}{90}$ Для решения такого ур-я, я составил таблицу (см. табл. 1). * $\cos \varphi$ я мерил с помощью единич. оц.

φ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\cos \varphi$	1	50/51	48/51	44/51	39/51	32/51	26/51	17/51	8/51	0
$1 - \varphi/90$	1	8/9	7/9	6/9	5/9	4/9	3/9	2/9	1/9	0

Табл. 1

Не стоит замечать, что ~~разница~~ границы ур-я экв.

$\varphi = 0$, $\varphi = 90$. Если все числа привести к одному знаменателю

φ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\cos \varphi$	1	450/459	432/459	396/459	351/459	288/459	238,5/459	153/459	72/459	0
$1 - \varphi/90$	1	408/459	357/459	306/459	255/459	204/459	153/459	102/459	51/459	0
разница	0	42/459	75/459	90/459	96/459	84/459	85,5/459	51/459	21/459	0

а также добавил строку "разница" (между $\cos \varphi$ и $1 - \varphi/90$)

Табл. 2

= Продолжение №2 =

Другими словами получим, что разность в значениях при $\varphi=0$ равна 0, затем растёт, и потом снова уменьшается, приходя в 0, когда $\varphi=90$. Это значит, что ~~кроме~~ промежуточ. знач. между $\varphi=0$ и $\varphi=90$ нет.

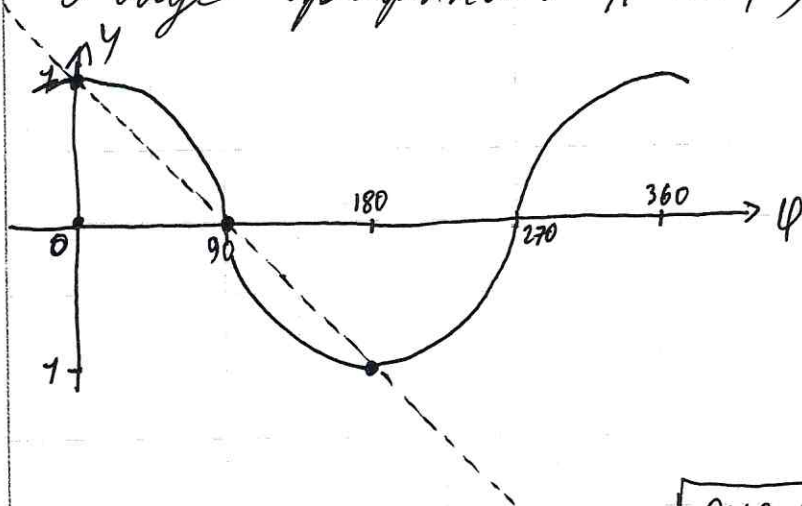
Также, такая ситуация не могла бы произойти в Юм. полушарии т.к. если $\varphi < 0$ (и $\varphi > -90$), то ~~тогда $\cos \varphi > 1$~~

то $0 \leq \cos \varphi \leq 1$ при $\varphi=0$ при $\varphi=-90 \Rightarrow \pi R \cos \varphi \leq \pi R$; а

$$2\pi R \frac{180-2\varphi}{360} = \pi R \frac{180-2\varphi}{180} = \pi R (1-2\varphi) \geq \pi R, \text{ если } \varphi < 0$$

Идут они с одинак. скоростями $\Rightarrow$ в 1 точку через одинак. время они не попадут (тот, кот. шёл на север не успеет дойти) т.к. пути у них в таком случае разные.

По другому $\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi}{90}$ можно представить в виде графика: $y_1 = \cos \varphi$; $y_2 = 1 - \frac{\varphi}{90}$



Можно заметить, что прямая y_2 пересекает периодич. функцию y_1 в 3 местах: в $\varphi=0$, $\varphi=90$ и $\varphi=180$. На планете $\varphi \in [-90; 90] \Rightarrow$ подходят только $\varphi=0$ и $\varphi=90$

Рис. 9

= Еще продолжение №2 =

Однако важно заметить, что в случае $\varphi = 90^\circ$, как только они ~~выш~~ начинают путь, они моментально попадают в конечную точку т.к. параллель $\varphi = 90^\circ$ представляет из себя точку (географич. северный полюс). Не знаю, считают ли авторы задачи её подходящей поэтому у меня 2 ответа.

Если ~~эта~~ точка $\varphi = 90^\circ$ считается, то:

(Ответ: $\varphi = 0^\circ$ (экватор); $\varphi = 90^\circ$ (св. полюс.)

Если ~~эта~~ точка $\varphi = 90^\circ$ **НЕ** считается, то:

(Ответ: $\varphi = 0^\circ$ (экватор).)

Других точек нет, и быть не может.

№1

Вот звёзды, которые могли быть видны им:

- Полярная звезда ($\delta_{\text{полярн}} \approx 90^\circ \Rightarrow$ она будет незаходящ; $m_{\text{полярн}} > 0^m$; наход. в Мал. Медвед.)
- Сириус (в некоторых пунктах заходящ; ~~можно увидеть~~ ^{явл. восходящ. для широт России и севернее;} $m_{\text{сириуса}} > 0^m$; одна из сам. ярк. зв. ночн. неба; ^{с синим оттенком})
- Бетельгейзе (в созв. Ориона, НЕ БЕЛАЯ (оранж-красн); $m_{\text{бетельгейзе}} > 0^m$; ~~явл. восходящ.~~ ^{её можно увидеть в широтах России и севернее})
- Вега (в созв. Лиры; ~~можно увидеть~~ ^{можно увидеть в широтах России и севернее, НО! $m_{\text{вега}} = 0$, а не $> 0 \Rightarrow$ по условию она не подходит (но увидеть её можно)})

= Продолжение №1 =

и - Широта Санкт-Петербурга $\approx 60^\circ$ (с.ш.)

- Широта Мурманска несколько $> 66,5^\circ$ (с.ш.) $\approx 90^\circ - \epsilon$ т.к.

Мурманск - самый большой город ЗА Полярн. кругом

- Широта Антарктиды около 90° (с.ш.)

Также ^{отметить,} важно, что астрономы наблюдали всё это сегодня (02.02.2025). Значит, возможно, важно, что это именно сегодня. Однако от ~~даты~~ месяца и дня года зависит склонение Солнца и местонахождение Луны (ну и других близких к нам неб. объектов). На далекие звезды это мало как влияет. ~~Скорее~~ * а речь идет о звездах, а не о Луне, Солнце, планетах и вообще что-то в Солн. сист. Единственное, для чего м.б. указана дата - это для "белых ночей", которые бывают в Санкт-Петербурге и которые хоть как-то могли бы повлиять на наблюдения за звездами (например, сделать их менее яркими на фоне солнечного лучей).

Из предложенных мной звезд, "наиболее белой" является полярная, так что предполагаю, что Вася наблюдал именно её. Также могу предположить, что один из астрономов (либо Дима, либо Вова) наблюдал Сириус, а другой - Бетельгейзе.