



XXXI Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

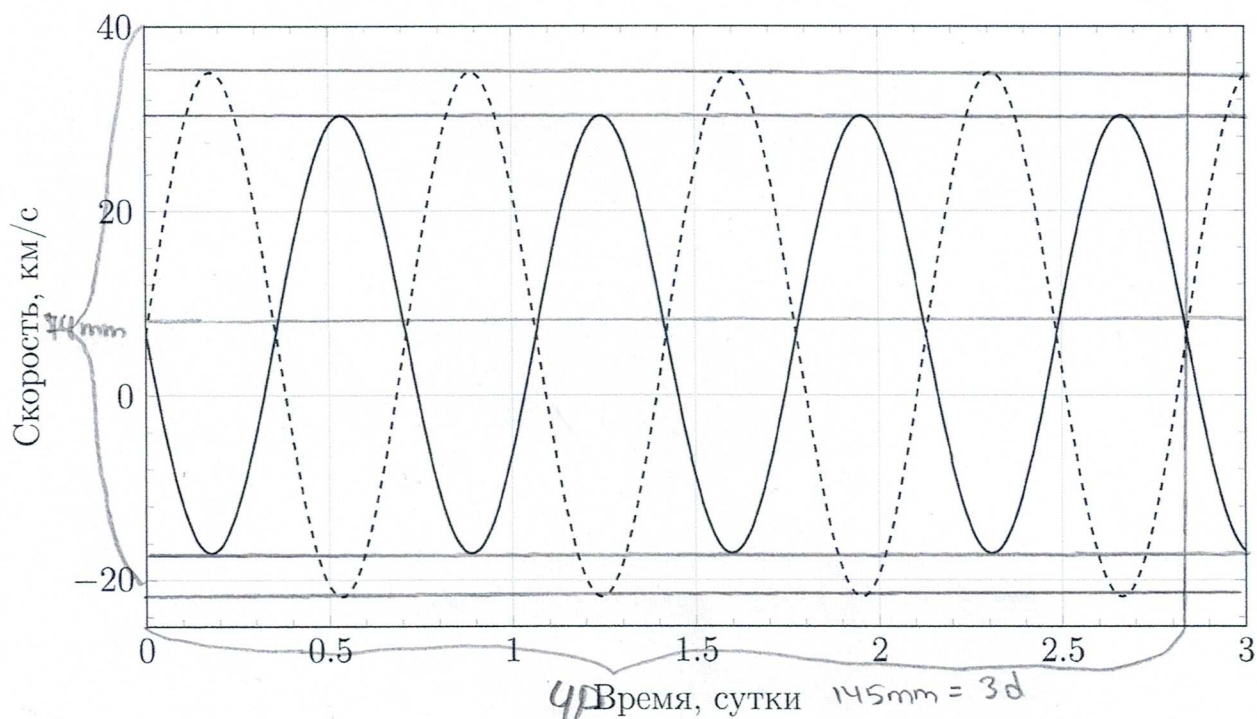
2024
3
марта

10 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной звезды LP 413–53AB, полученная в ходе наблюдений с 2007 по 2023 годы и аппроксимированная численной моделью. По оси абсцисс отложено время в сутках, по оси ординат — лучевая скорость каждой из компонент (в км/с). Определите:

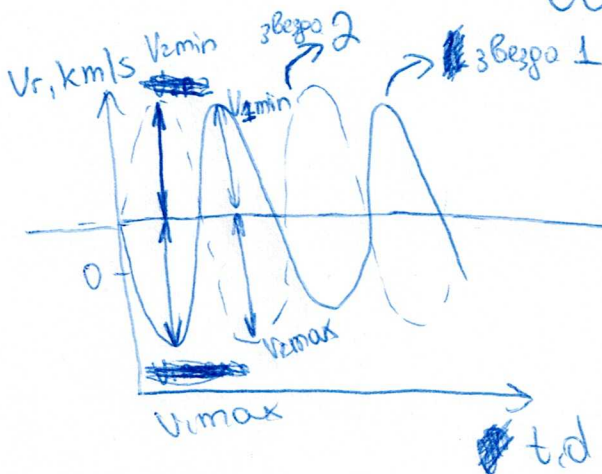
- массы компонент;
- спектральные классы звезд;
- среднее расстояние между компонентами;
- угол наклона орбиты к лучу зрения.

Полуширина спектральной линии угарного газа (CO) $\lambda = 2314$ нм в спектре звезды, кривая лучевых скоростей которой обозначена штрихованной линией, составляет 0.34 \AA , в спектре звезды с кривой лучевых скоростей, обозначенной сплошной линией — 0.36 \AA , ускорения свободного падения на поверхности обеих компонент равны $3 \cdot 10^5 \text{ см/с}^2$. Можно считать, что оси вращения звезд перпендикулярны плоскости их орбит.



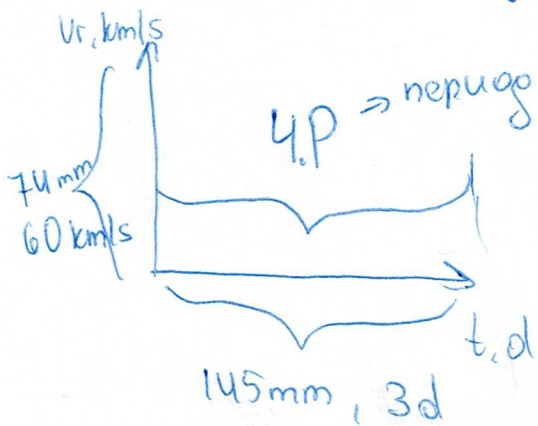
XXXI Санкт-Петербургска олимпиада по Астрономия
Практически тур

Софo - 04



V_0 - скорост на центъра на масите

$$V_0 = 10 \text{ mm} = \frac{10}{74} \cdot 60 = \frac{600}{74} = +8,1 \text{ km/s}$$



Скоростите на двете звезди в първия и втория афилия

$$V_{1\text{max}} = 31 \text{ mm} = \frac{31}{74} \cdot 60 = 25 \text{ km/s}$$

$$V_{1\text{min}} = 27 \text{ mm} = \frac{27}{74} \cdot 60 = 22 \text{ km/s}$$

$$V_{2\text{max}} = 37 \text{ mm} = \frac{37}{74} \cdot 60 = 30 \text{ km/s}$$

$$V_{2\text{min}} = 33,5 \text{ mm} = \frac{33,5}{74} \cdot 60 = 27 \text{ km/s}$$

$4.P = 137 \text{ mm}$ - за по-голяма точност използваме възможния най-голям разстояние

$$\Rightarrow 4.P = \frac{137}{145} \cdot 3d = \frac{1370}{48,3} = 2,836 d$$

\Rightarrow периодът

$$\Rightarrow P = \frac{2,836d}{4} = 0,709 d$$

$$P = 0,71 d$$

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2}$$

$$\Rightarrow M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{G \cdot P^2}$$

$$M_1 \cdot V_1 = M_2 \cdot V_2 \Rightarrow M_1 \cdot V_{1\text{max}} = M_2 \cdot V_{2\text{max}}$$

$$M_1 \cdot V_{2\text{min}} = M_2 \cdot V_{2\text{min}}$$

$$\Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{V_{2\text{min}}}{V_{1\text{max}}}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{V_{1\text{max}}}{V_{2\text{max}}} = \frac{V_{1\text{min}}}{V_{2\text{min}}}$$

Code-04

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{V_{1\max}}{V_{2\max}} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6} = 0,833$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{V_{1\min}}{V_{2\min}} = \frac{22}{27} = \frac{22 \cdot 27}{27 \cdot 27} = 0,814$$

$$\begin{array}{r} 220 \\ - 216 \\ \hline 40 \\ - 27 \\ \hline 130 \\ - 108 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{0,833 + 0,814}{2} = \frac{1,647}{2} = 0,823 \approx 0,82$$

средно

$$g = \frac{GM_1}{R_1^2} = \frac{GM_2}{R_2^2} =$$

$$= \frac{M_1}{R_1^2} = \frac{M_2}{R_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{M_2}{M_1} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 = 0,82$$

$$\sqrt{0,82} \approx 0,9$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 0,9$$

\Rightarrow звезди от главната последователност

$$\Delta\lambda_1 = 0,36 \text{ \AA}$$

$$\Delta\lambda_2 = 0,34 \text{ \AA}$$

} релативна се на въртенето около оста

$$\frac{v_{e1}}{c} = \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_0}$$

$$\frac{v_{e2}}{c} = \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_0}$$



$$v_{e1} = \frac{0,36 \text{ \AA}}{2314 \text{ \AA}} \cdot 300000 \text{ km/s} = \frac{36 \cdot 300}{2314} = \frac{10800}{2314} = 10800 : 2314 = 4,6 \text{ km/s}$$

$$\begin{array}{r} 9256 \\ \hline 15440 \\ - 13884 \\ \hline \end{array}$$

Code - 04

$$V_{e2} = \frac{0,34 \text{ A}^\circ \cdot 300\,000}{2314 \cancel{\text{A}^\circ}} = \frac{34 \cdot 300}{2314} = \frac{10\,200}{2314} = 10\,200 : 2314 = 4,4 \text{ km/s}$$

$$\begin{array}{r} 10\,200 \\ - 9\,256 \\ \hline 9\,440 \\ - 9\,256 \\ \hline 184 \end{array}$$

$$V_{e1} = 4,6 \text{ km/s}$$

$$V_{e2} = 4,4 \text{ km/s}$$

→ скоростите на въртене на точка от екватора

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{GM_1}{R_1}}$$

$$V_{e2} = \sqrt{\frac{GM_2}{R_2}}$$

$$V_{e1}^2 = \frac{GM_1}{R_1}$$

~~$$V_{e1}^2 = \frac{GM_1}{R_1}$$~~

$$V_{e2}^2 = \frac{GM_2}{R_2}$$

$$g = \frac{GM_1}{R_1^2} = \frac{GM_2}{R_2^2}$$

$$\begin{array}{r} 46 \cdot 46 \\ 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

???

~~$$R_1 = \frac{V_{e1}^2}{g} = \frac{(4600 \text{ m/s})^2}{3 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2} = \frac{2116 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^3} = \frac{21160}{3} = 7053 \approx 7000 \text{ m}$$~~

~~$$R_2 = \frac{V_{e2}^2}{g} = \frac{(4400 \text{ m/s})^2}{3 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2}$$~~

Чернова - содо 04

$$\begin{array}{r}
 30 \\
 31.60 = 930 : 37 = \cancel{215}, 1 \approx 25 \text{ km/s} \\
 \hline
 74 \\
 37 \\
 \hline
 74 \\
 \hline
 190 \\
 \hline
 185 \\
 \hline
 50
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 30 \\
 27.60 = \cancel{810} : 37 = 21,89 \approx 22 \text{ km/s} \\
 \hline
 74 \\
 37 \\
 \hline
 74 \\
 \hline
 70 \\
 -37 \\
 \hline
 330 \\
 -296 \\
 \hline
 340
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 30 \\
 33,5.60 = 335.3 = 1005 : 37 = 27,1 \approx 27 \text{ km/s} \\
 \hline
 74 \\
 37 \\
 \hline
 74 \\
 \hline
 265 \\
 -259 \\
 \hline
 60 \\
 37
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 600 : 74 = 300 : 37 = 8,1 \approx 8 \text{ km/s} \\
 \hline
 296 \\
 \hline
 40
 \end{array}$$

Чернова - Софр-04

$$\lambda = 2314 \text{ nm}$$

$$0,34 \text{ A}^\circ, 0,36 \text{ A}^\circ$$

$$\rho = 3 \cdot 10^5 \text{ cm/s}^2 = 3 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$$

$$g = \frac{GM_1}{R_1^2} = \frac{GM_2}{R_2^2}$$

$$\frac{M_1}{R_1^2} = \frac{M_2}{R_2^2} \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

0 = кривота - p

$$M_1 \cdot V_1 = M_2 \cdot V_2$$

$$\frac{M_1}{M_2} \text{ или } \frac{M_2}{M_1}$$

мерим в макс

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2}$$

$$\frac{V}{v} = \cos i$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = z = \frac{v}{c}$$

$$74 \text{ mm} \rightarrow 60 \text{ km/s}$$

$$145 \text{ mm} \rightarrow 30$$

$$137 \text{ mm} \rightarrow 4. P$$

$$\frac{137}{48.3} \cdot \beta = 1370 : 483 = 2,836 d$$

$$\frac{145}{48.3}$$

$$-966$$

$$\frac{4040}{-3864}$$

$$1760$$

$$7449$$

$$3110$$

$$-2398$$

$$\frac{212}{P = 2,836 \cdot 4 = 0,709 d = 0,71 d}$$

терка - 1

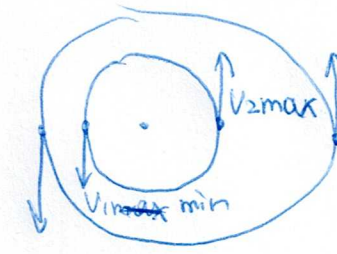
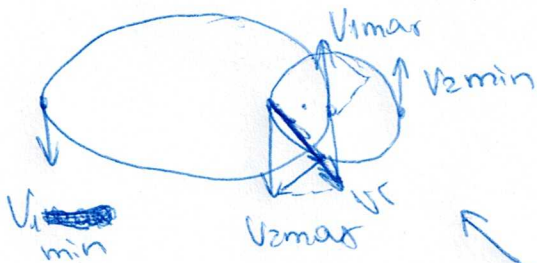
пункт - 2

$$V_{1 \text{ max}} = 31 \text{ mm}$$

$$V_{1 \text{ min}} = 27 \text{ mm}$$

$$V_{2 \text{ min}} = 33,5 \text{ mm}$$

$$V_{2 \text{ max}} = 37 \text{ mm}$$



$$\frac{V_{1 \text{ min}}}{V_{2 \text{ min}}} = \frac{V_{1 \text{ max}}}{V_{2 \text{ max}}}$$

$$\frac{27}{33,5} = 0,81$$

$$\frac{31}{37} = 0,83$$

$$= 0,83 = 0,71 d$$

Чернова - Софр - 04

$$\frac{M_1 V_{p1}^2}{2} + \frac{M_2 V_{p2}^2}{2} - \frac{GM_1 M_2}{r_p} = \frac{M_1^2 V_{A1}^2}{2} + \frac{M_2 V_{A2}^2}{2} - \frac{GM_1 M_2}{r_A}$$

$$r_p r_A = a$$

$$M_1 V_{p1}^2 + M_2 V_{p2}^2 - \frac{2GM_1 M_2}{r_p} = M_1 V_{A1}^2 + M_2 V_{A2}^2 - \frac{2GM_1 M_2}{r_A}$$

$$M_1 V_{p1} = M_2 V_{p2}$$

$$M_1 V_{A1} = M_2 V_{A2}$$

~~$$M_1 V_{p1} \cdot r_p = M_1 V_{A1} \cdot r_A$$~~

~~$$M_1 V_{p2} \cdot r_p = V_{A2} \cdot r_A \quad r_p = a - r_A$$~~

$$M_1 V_{p1}^2 + M_2 V_{p2}^2 - M_1 V_{A1}^2 - M_2 V_{A2}^2 = \frac{2GM_1 M_2}{r_p} - \frac{2GM_1 M_2}{r_A}$$

$$r_p = \frac{V_{A1}}{V_{p1}} \cdot r_A = \frac{V_{A2}}{V_{p2}} \cdot r_A$$

$$\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_A} = \frac{r_A - r_p}{r_p r_A} = \frac{r_A - a + r_A}{(a - r_A) \cdot r_A}$$

$$\frac{r_A}{V_{p1}} \cdot V_{A1} + r_A = a$$

$$r_A \left(1 + \frac{V_{A1}}{V_{p1}} \right) = a$$

$$r_A = \frac{a}{1 + \frac{V_{A1}}{V_{p1}}} = \frac{a \cdot V_{p1}}{V_{p1} + V_{A1}} = \frac{a \cdot V_{p2}}{V_{p2} + V_{A2}}$$

$$\frac{(r_A + r_p)^3}{p^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{v_{\infty}^2}$$

$$r_A \left(1 + \frac{V_{A1}}{V_{p1}} \right) = r_A \left(1 + \frac{V_{A2}}{V_{p2}} \right)$$

$$\frac{\left(r_A + \frac{V_{A1}}{V_{p1}} \cdot r_A \right)^3}{p^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{v_{\infty}^2}$$

$$\frac{V_{A1}}{V_{p1}} = \frac{V_{A2}}{V_{p2}}$$

$$\frac{r_A^3 \left(1 + \frac{V_{A1}}{V_{p1}} \right)^3}{p^2}$$

~~Handwritten scribbles~~

Чернова - Софр-04

$$\frac{V_{\max}^2}{2} - \frac{G \cdot Q(M_1 + M_2)}{r_p} = - \frac{G(M_1 + M_2)}{2a}$$

$$\frac{V_{\min}^2}{2} - \frac{G(M_1 + M_2)}{r_A} = - \frac{G(M_1 + M_2)}{2a}$$

$$\frac{V_{\max}^2}{2} - \frac{V_{\min}^2}{2} - \frac{G(M_1 + M_2)}{r_p} + \frac{G(M_1 + M_2)}{r_A} = 0$$

$$V_{\max}^2 - V_{\min}^2 = 2G(M_1 + M_2) \cdot \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$V_{\max} \cdot r_p = V_{\min} \cdot r_A$$

$$V_{\text{exp}} = \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a}}$$



$$\frac{r_A - r_p}{r_p \cdot r_A} =$$

$$= \frac{V_{\max} \cdot r_p - r_p}{V_{\min}} = \frac{r_p \cdot \frac{V_{\max} \cdot r_p}{V_{\min}}}{V_{\min}}$$

$$= \frac{V_{\max} - 1}{V_{\min}} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{\frac{V_{\min}}{V_{\max} \cdot r_p}} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\min}}$$

$$= \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\min}}$$

$$V_{\max} \cdot r_p$$

$$R_1 = \frac{V_{\text{exp}}^2}{g} = \frac{(8000)^2}{3 \cdot 10^3} =$$

$$= \frac{64 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^3} = 21.333 \cdot 10^3 = 21333$$

$$= 21000$$

~~$$V_{\text{exp}} = \sqrt{V_{\max} \cdot V_{\min}} = \sqrt{25 \cdot 22} = 23.5$$

$$= 5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3.5} = 5 \cdot 1.414 \cdot 1.87 = 13.2$$

$$= 17.5 \cdot 1.414 = 24.7$$~~

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{v_{\text{rel}}}{c}$$

$$v_{\text{rel}}$$

$$= \sqrt{\frac{GM_1}{R_1}}$$

$$\frac{D}{v_{\text{rel}}^2} = \frac{GM_1}{R_1^2} = \frac{1}{R_1}$$

$$v_{\text{rel}}^2 = \frac{GM_1}{R_1}$$

$$R_1 = \frac{v_{\text{rel}}^2}{g} = \frac{(8000)^2}{3 \cdot 10^3} =$$