

№ 1

Какие есть звезды ярче от? 1. Сириус

~~Миклан~~

2. Поллиан

3. Арктур

ну примерно так.

4. Канопус

Понятно что в Северном полушарии видны только Сириус и Арктур. Но Арктур - достаточно красивым выглядит, значит Вова видел не его, а другую. Антарктида - это Южный полюс почти. Там Арктур точно не видно, зато Поллиан или Канопус - хорошо. Но Канопус вроде др тусклее... Вова точно мог видеть Сириус, Вова на $\varphi \approx 40^\circ \Rightarrow$ Сириус виден там уже плохо (он около $\varphi \approx 40^\circ$ там почти не виден). А Вова Дима $\rightarrow$ что-то из Сев. полушария, например Арктур.

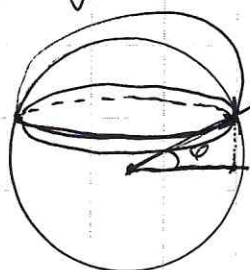
Например, т.к. это не Сириус, ~~Миклан~~ Канопус

Ответ: Вова - Сириус, Дима - Канопус, Вова - Арктур.

№ 2.1

Понятно, что те, кто шли на восток и на запад, не меняли свою ~~дальность~~^{широту}, при этом т.к. они встретились, идя с постоянной скоростью, то они прошли по 180° по своей ^{и одинаковой} широте.

Тогда их путь $l_1 = 2\pi R \cos \varphi = \pi R \cos \varphi = l_2$



Другой, который шел на север, прошел две дуги большого круга по $(90 - \varphi)^\circ$ град $\Rightarrow$ его путь

$$l_3 = 2\pi R \frac{2(90 - \varphi)}{360} = \pi R \frac{90 - \varphi}{90} = \pi R \left(1 - \frac{\varphi}{90}\right)$$

Если они все прошли одновременно, то $t_1 = t_2 = t_3$;

$$t = \frac{l}{v} \Rightarrow \frac{l_1}{v_1} = \frac{l_2}{v_2} = \frac{l_3}{v_3} \Rightarrow \text{т.к. } v_1 = v_2 = v_3 \text{ (по усл.)}, \text{ то}$$

$$l_1 = l_2 = l_3 \Rightarrow \pi R \cos \varphi = \pi R \left(1 - \frac{\varphi}{90}\right)$$

$$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi}{90}$$

Заметим, что при $\varphi = 0$: $\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi}{90}$, т.е. $1 = 1$, подходит.

Если $\varphi < 0$, то человеку на восток нужно пройти $< \frac{1}{2} 2\pi R$, а на север $\rightarrow > \frac{1}{2} 2\pi R \Rightarrow$ все корни при $\varphi \in [0; 90]$

Если $\varphi > 0$: $\cos \varphi + \frac{\varphi}{90} = 1$

$\cos \varphi$ убывает, $\frac{\varphi}{90} \rightarrow$ возрастает $\Rightarrow$ мб еще корень.

При $\varphi \ll 1$: $\cos \varphi \approx \sqrt{1 - \varphi^2} \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$ | φ - в радианах

$$1 - \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\varphi}{90} = 1 \Rightarrow \text{не } \frac{\varphi}{90}, \text{ а } \frac{2\varphi}{\pi} \text{ будем считать}$$

$$1 - \frac{\varphi^2}{2} + \frac{2\varphi}{\pi} = 1 \Rightarrow \frac{\varphi^2}{2} \neq \frac{2\varphi}{\pi} \quad \varphi = 0 \text{ или } \frac{\varphi}{2} = \frac{2}{\pi} \Rightarrow \varphi = \frac{4}{\pi}, \text{ но это}$$

не малый угол $\Rightarrow$ приближение нельзя использовать.

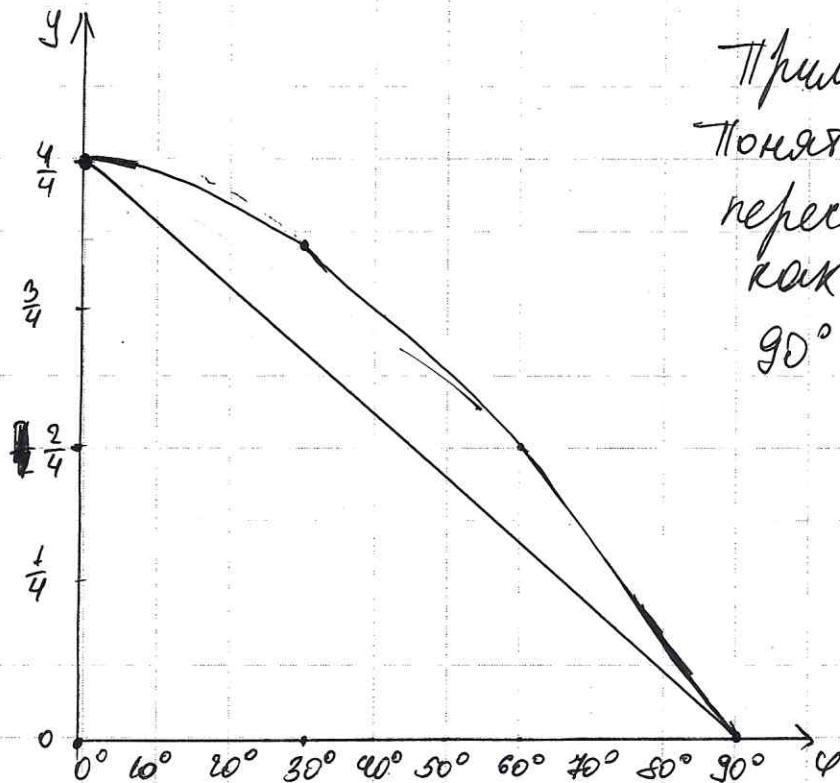
Понимаем что есть еще корень $\varphi = 90$: $\cos \varphi = 0$, $\frac{\varphi}{90} = 1 \Rightarrow \cos \varphi + \frac{\varphi}{90} = 1$

~~Но~~ Но если $\varphi = 90$, то ~~на север идти не приходится~~

№2.2

Если $\varphi = 90^\circ$, то куда бы мы не шли — это путь нулевой и тогда ситуация из условия быть не может.

Построим графики: 1) $y = \cos \varphi$
2) $y = 1 - \frac{\varphi}{90}$



Примерно так.
Понятно, что точек пересечения графиков как в нуле и в 90° нет.

Ответ: $\varphi = 0^\circ$.

№3. 1) Оценим массу воды, которую «приносят» прилив
 $m = \rho \cdot V$, $V = Sh$, возмем посчитаем дисколон V для
 разных h): $V_{\min} = Sh_{\min}$, $V_{\max} = Sh_{\max}$, тогда

$$m_{\min} = Sh_{\min} \rho, \quad m_{\max} = Sh_{\max} \rho$$

2) Энергия, которую мы получаем на электрогенерации, — это изменение потенциальной энергии воды, т.е.

вода поднимается во время прилива с нулевого уровня до h и получила энергию $E = mgh$. Значит за один

прилив мы получили $\Delta E = mgh \eta$, но $\eta = 100\% \Rightarrow$

$\Delta E = mgh$. Тогда ~~мы~~ $\Delta E_{\max}$ при $h_{\max}$,

$$\Delta E_{\max} = g S \rho h_{\max}^2, \quad \Delta E_{\min} \text{ при } h_{\min},$$

$$\Delta E_{\min} = g S \rho h_{\min}^2$$

$$\Delta E_{\max} = 9.8 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot 13^2 = 98.2 \cdot 169 \cdot 10^{12} \approx 35 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$$

$$\Delta E_{\min} = 9.8 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 9^2 = 98.81 \cdot 2 \cdot 10^{12} \approx 16 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$$

3) Приливы происходят дважды за синод. луну и так-то дважды за солнечные сутки, но это небольшие приливы и отливы, ими пренебрежем. Тогда

За год приливов $\approx 2 \cdot \frac{T_{\text{год}}}{T_{\text{сут}}}$ Максимум:

$$N_{\max} \approx \frac{2 \cdot 366}{29.5} \approx \frac{1464}{59} \approx 25$$

$$N_{\min} \approx \frac{2 \cdot 365}{29.5} = 24$$

$$\text{Тогда } E_{\min} = \Delta E_{\min} \cdot N_{\min} = 16 \cdot 24 \cdot 10^{15} \approx 38 \cdot 10^{16} \text{ Дж}$$

$$E_{\max} = \Delta E_{\max} \cdot N_{\max} = 35 \cdot 25 \cdot 10^{15} \approx 88 \cdot 10^{16} \text{ Дж}$$

Или как-то так, $E_{\text{ср}} \approx$

Ответ: ~~$E \in [16; 35] \cdot 10^{16} \text{ Дж}$~~ $E \in [38; 88] \cdot 10^{16} \text{ Дж}$, $E_{\text{ср}} \approx 63 \cdot 10^{16} \text{ Дж}$

№4. Точечный паралакс $\pi = \frac{a_{\oplus}}{r}$, где r — расстояние до объекта.

Условный диаметр $d = 2R = \frac{2R}{r}$, где R — радиус объекта.

По условию $\pi = 50d \Rightarrow \frac{a_{\oplus}}{r} = \frac{100R}{r}$ и $R = \frac{a_{\oplus}}{100}$

Плотность $\rho = \frac{M}{V}$, V звезды, считая её сферической

будет равняться $\frac{4}{3}\pi R^3$, тогда $\rho = \frac{M}{V} = \frac{2M_{\odot}}{\frac{4}{3}\pi R^3} =$

$$= \frac{6 M_{\odot} \cdot 100^3}{4\pi a_{\oplus}^3} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 100^3 \text{ кг}}{4 \cdot \pi \cdot (150 \cdot 10^6 \text{ км})^3} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 10^{36} \text{ кг}}{4 \cdot \pi \cdot 15^3 \cdot 10^{73} \text{ км}^3} =$$

$$= \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 10^{36} \text{ кг}}{2^2 \cdot \pi \cdot 5^3 \cdot 3^3 \cdot 10^{21} \text{ км}^3} = \frac{10^{15} \text{ кг}}{\pi 5^3 3^3 \cdot (10^3 \text{ м})^3} = \frac{10^6 \text{ кг}}{\pi \cdot 5^3 \cdot 3^3 \cdot (10^2 \text{ см})^3} = \frac{1000 \text{ г}}{\pi \cdot 125 \cdot 9 \text{ см}^3} =$$

$$= \frac{8}{9\pi} \text{ г/см}^3 \approx 0,27 \text{ г/см}^3$$

Ответ: $\rho \approx 0,27 \text{ г/см}^3$

№ 5.1 Условный размер Венеры: $\Delta_B = \frac{2R_B}{r_B}$,
Юпитера: $\Delta_{Ю} = \frac{2R_{Ю}}{r_{Ю}}$.

Определим диапазоны этих значений:

$$r_B \in [a_\oplus - a_B; a_\oplus + a_B]$$

$$r_{Ю} \in [a_{Ю} - a_\oplus; a_{Ю} + a_\oplus]$$

$$a_\oplus - a_B = 0,28 \text{ а.е.}, \quad a_\oplus + a_B = 1,72 \text{ а.е.}, \quad R_B \approx 6050 \text{ км}$$

$$\text{Тогда } \frac{\Delta_B}{S_0} \in (3,52; 21,6), \text{ где } S_0 = \frac{2 \cdot 1000 \text{ км}}{1 \text{ а.е.}}$$

$$a_{Ю} - a_\oplus = 4,2 \text{ а.е.}, \quad a_\oplus + a_{Ю} = 6,2 \text{ а.е.}, \quad R_{Ю} \approx 71500 \text{ км},$$

$$\text{Тогда } \frac{\Delta_{Ю}}{S_0} \in (11,5; 17,0)$$

Значит т.к. ~~Δ_B~~ $\Delta_B = \Delta_{Ю}$, то $\frac{\Delta_B}{S_0} \in (11,5; 17,0)$

Тогда определим диапазон расстояний до Венеры

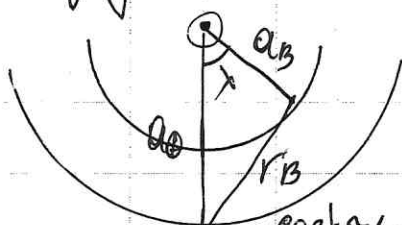
$$\frac{\Delta_B}{S_0} = \frac{2R_B \cdot a_\oplus}{r_B \cdot 2 \cdot 1000 \text{ км}} = \frac{R_B}{1000 \text{ км}} \cdot \frac{a_\oplus}{r_B} \Rightarrow r_B = \frac{R_B \cdot a_\oplus \cdot S_0}{1000 \text{ км} \cdot \Delta_B}$$

$$r_{B \max} = \frac{6,05}{11,5} \text{ а.е.} = \frac{12,1}{230} \text{ а.е.} \approx 0,53 \text{ а.е.}$$

$$r_{B \min} = \frac{6,05}{17,0} \text{ а.е.} \approx \frac{12,1}{340} \text{ а.е.} \approx 0,36 \text{ а.е.}$$

$r_{B \min} \Rightarrow \Delta_B \rightarrow \max \Rightarrow \Delta_B = \Delta_{Ю \max}$ и до Юпитера 4,2 а.е.

Определим позицию Венеры при $r = 0,36 \text{ а.е.}$:



$$\text{По т. косинусов: } a_B^2 + a_\oplus^2 - 2a_B a_\oplus \cos \lambda = r_B^2$$

$$\cos \lambda = \frac{a_B^2 + a_\oplus^2 - r_B^2}{2a_B a_\oplus} \approx \frac{0,5184 + 1 - 0,1296}{2 \cdot 0,5 \cdot 1} \approx 0,9644$$

$$\lambda \approx 1,44 \quad \cos \lambda \approx 1 \Rightarrow \lambda \approx 0 \Rightarrow \cos \lambda \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2} = 0,9644$$

$$\lambda = \sqrt{0,0412} = \frac{\sqrt{412}}{100} = \frac{\sqrt{4 \cdot 103}}{100} = \frac{2\sqrt{103}}{100} = \frac{\sqrt{103}}{50} \approx \frac{10,15}{50} \approx 0,203$$

$$= \frac{26}{100} + \frac{96 \cdot 26}{2 \cdot 676} \Rightarrow \text{в радианах, в градусах} \rightarrow * \frac{180}{\pi}, \lambda \approx 16^\circ$$

Теперь определим λ , при $r = 0.53$:

$\sqrt{0.5.2}$

$$\cos \lambda = \frac{0.5184 + 1 - 0.2809}{1.44} \approx 0.8595$$

$\lambda \approx 30^\circ$, в это время Юпитер в соединении.

Значит $\lambda = 30^\circ$.

~~Выведем зависимость $\lambda(\lambda)$:~~

~~Для Венеры: $\cos \lambda = \frac{a_B^2 + a_\oplus^2 - r_B^2}{2a_B a_\oplus} = \frac{a_B^2 + a_\oplus^2}{2a_B a_\oplus} - \frac{4R_\oplus^2}{2a_B a_\oplus r_B^2} =$~~

Понятно, что если мы будем смотреть где угодно какой угловой размер, то у Юпитера он max — в т. 1, min — в т. 2.

При нашем ОДЗ у Венеры

он min — в т. 3, 6,

max — в т. 4, 5.

Если будем отмечать

на орбите точки, где

$\angle B = \angle \theta$, то отметим

всю дугу 1-2, а также

дугу 3-4, спроецируем её на

орб. Юпитера. Когда Юп на

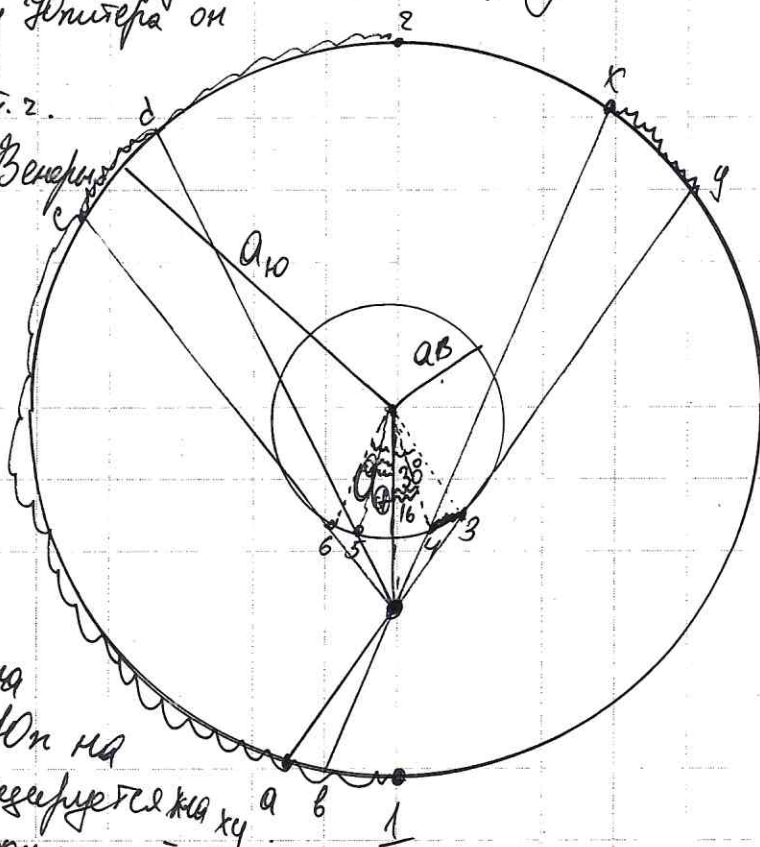
дуге ab, то Венера проецируется на xy

В силу непрерывности функций $\lambda(x)$ где-то на ab у Юп $\angle \theta = \angle B$,

т.к. на xy $\angle B$ принимает все значения, которые принимает $\angle \theta$ от 180° до

в т. 7. принимает те значения, которые принимает Юп от 180° .

Значит между ними $\angle_{\max} = 180^\circ$.



Аналогичными рассуждениями понимаем, что $\varphi_{\min} = 0$,
 т.к.: рассмотрим отрезок сд. Когда Венера проецируется
 на нело, $\angle B \in (11.5; 17.0)$, т.е. тем значениям, которые
 могут быть φ у Юпитера. Тогда φ принимает и те
 значения, которые у Юпитера на отрезке сд и т.к.
 в т.с $\angle B = \angle \alpha_1$ (в т.1 у Юпитера), а в т.с $\angle B = \angle \alpha_2$ (в т.2 у Юпитера),
 то в силу непрерывности функций $\angle(X)$, где-то совпадут
 и условные размеры, и λ . Значит $\varphi_{\min} = 0$.

Ответ: $\varphi \in (0; 180^\circ)$