

Снищем масштаб. Для этого сначала построим центр Луны

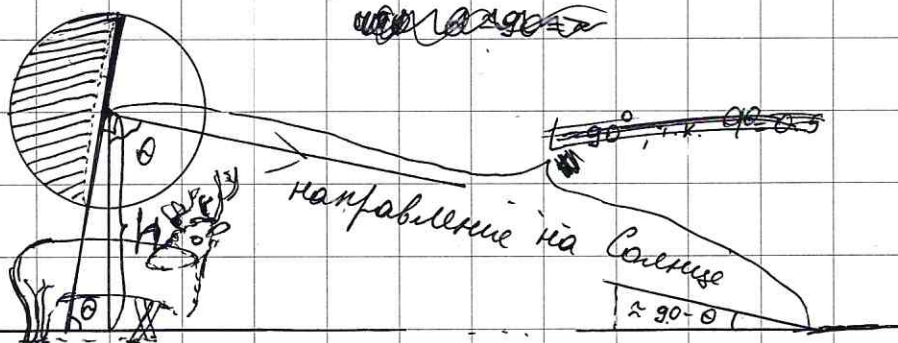
Сделаем это с помощью точки пересечения
серединных перпендикуляров, к хордам.

Измерили диаметр Луны. $d = 49 \text{ мм}$

Измерили диаметр Луны. $d = 49 \text{ мм}$

При этом угловой размер Луны $\vartheta = \frac{2R_1}{a_1} = \frac{2 \cdot 1431}{384400} =$
 $= \frac{2 \cdot 1431 \cdot \cancel{360} 40^\circ}{384400 \cdot 3.14} = \frac{36 \cdot 1431}{38440 \cdot 3.14} = \frac{62316^\circ}{1207016} \approx \frac{62316^\circ}{120700} = \frac{15579^\circ}{30145} \approx \frac{15580^\circ}{30145} =$
 $= \frac{3116^\circ}{6035} \approx 0.52^\circ$. Тогда на орбиту Земли масса $49_{\text{млн}} \cdot 0,52^\circ$

Проведём линию горизонта. Найдём расстояние от центра Луны до кель. $H = 46 \text{ мм}$. Отсюда находим высоту Луны над горизонтом: $h = H \cdot \frac{S}{d} = \frac{46 \cdot 0,52^\circ}{49} \approx 0,8^\circ$. Снимем фазу Луны. С хорошей точностью $Q = 0,5$, растущая. Видно, что терминатор практически перпендикулярен ($\theta = 88^\circ$) горизонту. ~~Вывод~~

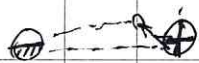


~~Найдём разность расстояний до точки эквипотенциала (схема),~~
~~если волну на ней) на горизонте. $L = \frac{H}{\cos \theta}$ $\frac{H}{\sin \frac{\pi}{2} \theta} = \frac{H}{\frac{1}{2} \theta}$~~
 ~~$= \frac{H}{\frac{\pi}{2}} = \frac{H}{180} = \frac{H}{\pi (2 \cdot 90)} = \frac{h}{2\pi (1 \cdot 45)} = \frac{h}{2\pi \cdot 44} = \frac{0.8 \cdot 45}{28.7} = 0.1 \cdot 45 = 0.1 \cdot 45 \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{18 \cdot 45}{11.77}$~~

Считая $\theta \approx 90^\circ$, Луна в верхней кульминации. При этом это растущая Луна / Апель Северный $\Rightarrow$ мы в Северном полушарии, значит по освещённой части можем определить)
Тогда $\Delta \sigma = \Delta \theta + \delta^h$ (точнее $\lambda_\sigma = \lambda_\theta + 90^\circ$, но с хорошей точностью " $\Delta \sigma = \Delta \theta + \delta^h$ ")



Значит Луна кульминирует на 6° позже Солнца и сейчас по лунному времени примерно $12^h + 6^h = 18^h$



~~$$h = 90 - |\varphi - \delta|$$~~

Хотя Северный полюс может обогнать за полярными кругами $\Rightarrow$ Луна может быть незаходящей и это может быть и нижняя кульминация.

Луна в ходе суточного движения крутится направо. Из-за того, что наклон терминатора , то Луна, двигаясь как бы за Солнцем, т.е. $\perp$ терминатору, будет опускаться вниз, значит сейчас Луна ~~еще~~ ^{уже, после} верхней кульминации. Тогда $h = 90 - |\varphi - \delta| = 0.8^\circ \Rightarrow |\varphi - \delta| = 89.2^\circ$

Понятно, что $\varphi \geq 90$, а $\delta \leq 0 \Rightarrow \varphi > \delta$ и $\varphi - \delta = 89.2$.

$$\varphi = 89.2 + \delta.$$

$\varphi \in [-90; +90] \Rightarrow \delta \in [-179.2; 0.8]$ Но вообще у нас возле горизонта рефракция сильная, на $h \approx 1^\circ$ $\approx 20'$, поэтому на самом деле ~~реф~~ высота без учёта рефракции $h \approx 0.8^\circ - 20' \approx 0.5^\circ$. Тогда $\delta \in [-179.5; 0.5]$. Но вообще $\delta_{\min} = -\varepsilon - i \approx -23.5 - 5.1 = -28.6^\circ$. Тогда

$$\delta \in [-28.6; 0.5]. \text{ Значит } \varphi_{\min} = 89.5 - 28.6 = 60.9,$$

~~$$\varphi_{\max} = 90^\circ, \text{ но нет, Луна не идеальна } \Rightarrow \varphi_{\max} \approx 89.5^\circ$$~~

Далее места может быть любая. Определим диапазон склонений Солнца. $\delta_0 = \delta \pm i \Rightarrow \delta_0 \in [-33.7; 5.6]$

$$\text{При этом } \delta_0 \in [-\varepsilon; +\varepsilon] \Rightarrow \delta_0 \in [-23.5; 5.6]$$

Тогда определим диапазон $\delta\alpha$. $\sin \delta_0 = \sin \varepsilon \cdot \sin(\frac{360}{365} N)$

Всп. III. к. Будем считать для $\delta = 5.6^\circ$, то можем говорить

$$\delta_0 < 1 \text{ и}$$

$$\delta_0 \approx \varepsilon \cdot \sin\left(\frac{360}{365} N\right)$$

$$\sin\left(\frac{360}{365} N\right) = \frac{\delta_0}{\varepsilon} = \frac{5.6}{23.5} \approx 0.24$$

Измерив $\frac{360}{365} N$ через единичную окружность.

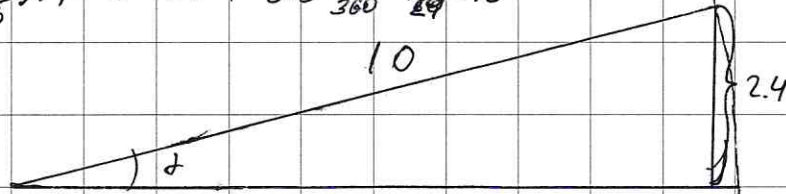
$$\alpha_1 = 15^\circ, \alpha_2 = 180 - 15 = 165^\circ \text{ Тогда}$$

$$\frac{360}{365} N_1 = 15^\circ \Rightarrow N_1 = 365 \cdot \frac{15}{360} = \frac{365}{24} \approx 16$$

$$\frac{360}{365} N_2 = 165^\circ$$

$$N_2 = \frac{165}{360} \cdot 365 =$$

$$\approx \frac{365}{2} - 16 \approx 164$$



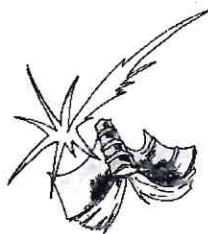
Значит диапазон дат от 164 до 16 дня от ДВР или же от 4 сентября до 5 апреля.

Итоги решения: измерив диаметр Луны, зная ее линейный размер, определим масштаб изображения. Затем измерим высоту центра Луны над горизонтом, найдем угловую высоту над горизонтом. Учтем рефракцию. Подумаем, проанализируем положение терминатора, в какой из кульминаций сейчас Луна (Если бы была в южной, то Салке было бы выше Луны и терминатор указывал бы вверх).

Из того, что Луна в в.к., мы на Севере и $\varphi = 0.5$, освещена правая часть Луны, получаем $T_m \approx 18^\circ$. Из высоты Луны над горизонтом и ее диапазона склонений, получаем диапазон широт. После чего, зная диапазон склонений Луны, получаем диапазон склонений Солнца, а отсюда - диапазон дат.

Ответ: $\varphi \in [60.9^\circ; 90^\circ]$; дата: от 4 сентября до 5 апреля; время $T_m \approx 18^\circ$

P.S.: если учесть паралакс Луны, то там ещё шире диапазон: $\varphi \in [60.1^\circ; 90^\circ]$, дата от 4 сентября до 5 апреля

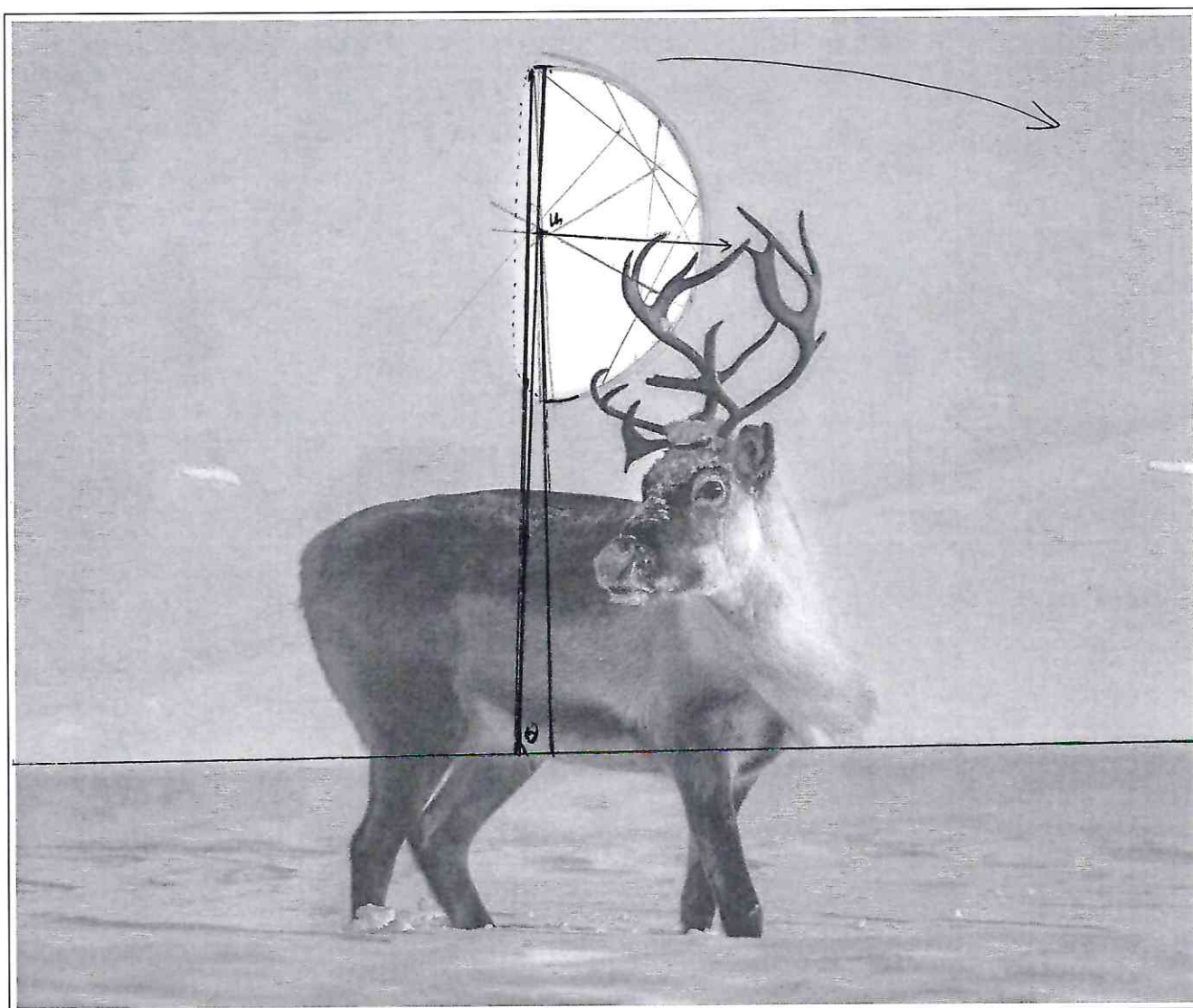


**XXXII Санкт-Петербургская
Астрономическая олимпиада**
практический тур

2025
2
марта

9 класс

Вам дана фотография северного оленя, сделанная в его естественной среде обитания и при естественном освещении. Прямо над оленем — Луна. Определите для этой фотографии возможные географические координаты места, где она была снята, а также возможные даты и примерное местное время съемки.



Решения задач и результаты олимпиады будут размещены на сайте
<http://school.astro.spbu.ru>