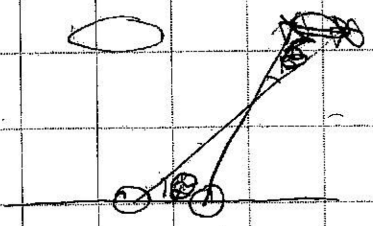
№ 2

Дано:
$L = 2{,}2$ пк
$v_\oplus = 30 \frac{км}{с}$
$M = 2M_\odot$

R - ?

Решение:



$\sin \sigma = \frac{v}{c}\sin\Theta$

Исходя из условия, т.к. параллактическое смещение в 5 раз больше абберационного, то $\pi = 5\sigma$.

$\pi = \frac{R}{D}\cdot\sin\Theta$

$R = \frac{\pi\cdot D}{\sin\Theta}$

Т.к. σ - малый угол, то $\sin\sigma \approx \sigma$

$\sigma = \frac{v}{c}\sin\Theta$

$R = \frac{5\sigma\cdot D}{\sin\Theta} = \frac{5\cdot\frac{v}{c}\cdot\sin\Theta\cdot D}{\sin\Theta} = \frac{5vD}{c}$

По формуле I косм скорости:

$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

$R = \frac{5\cdot\sqrt{\frac{GM}{R}}D}{c}$

$R^2 = \frac{25\cdot GMD^2}{Rc^2}$

$R^3 = \frac{25\cdot G\cdot D^2 M}{c^2}$

$R = \sqrt[3]{\frac{25\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot(2{,}2\cdot 206265\cdot 1{,}5\cdot 10^{11})^2\cdot 4\cdot 10^{30}\,м^3}{9\cdot 10^{16}}}$

$R = \sqrt[3]{25\cdot\frac{20}{27}4\cdot 10^3\cdot(3{,}3\cdot 206265\cdot 10^{11})^2}$

$R \approx \sqrt[3]{\frac{20}{27}\cdot 10^4\cdot 10^{22}\cdot 10{,}89\cdot(200000)^2} \approx \sqrt[3]{\frac{20}{27}\cdot 10^{26}\cdot 11\cdot 4\cdot 10^{10}} =$

$= \sqrt[3]{\frac{880}{27}\cdot 10^{36}} = \sqrt[3]{880}\cdot\frac{10^{12}}{3} \approx \frac{9{,}5\cdot 10^{12}}{3} \approx 3{,}2\cdot 10^{12}\,м =$

≈ 21 а.е.

Ответ: 21 а.е

№ 3

Дано:

$\Delta T = 3^m$

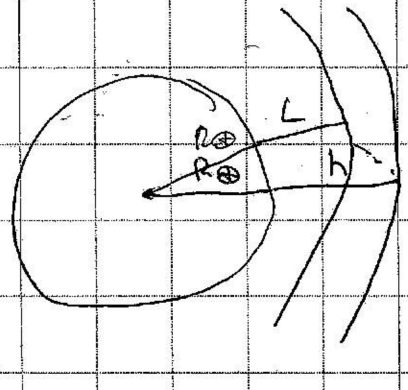
$M_\oplus = 6 \cdot 10^{24}$ кг

$R_\oplus = 6400$ км

$h = 400$ км

v_{min} - ?

Решение:



По III закону Кеплера (в трактовке Ньютона):

$$\frac{T_{мкс}^2}{(R_\oplus+h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_\oplus}$$

$$T_{мкс} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (R_\oplus+h)^3}{GM_\oplus}}$$

$$T_{мкс} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3^2 \cdot (6800)^3 \cdot 10^9 м^3}{6{,}67 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг}}$$

$$T_{мкс} \approx \sqrt{\frac{4 \cdot 3^2 \cdot 68 \cdot 68 \cdot 68 \cdot 10^{6} \cdot 10^{8} м^3}{\frac{20}{3} \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 6 \cdot 68 \cdot 68 \cdot 68 \cdot 100}{20}} \approx$$

$$\approx \sqrt{18 \cdot 5 \cdot 68 \cdot 68 \cdot 68} \approx \sqrt{18 \cdot 5 \cdot 70^3} \approx \sqrt{90 \cdot 343000} \approx$$

$$\approx \sqrt{3087 \cdot 10^4} \approx 100\sqrt{3087}$$

$55^2 = 3025$, $56^2 = 3136$. 3087 лежит примерно между этими числами $\Rightarrow \sqrt{3087} \approx$

$\approx 55{,}5$

$T_{мкс} \approx 5550$ с

$T_{сеанс} = T_{мкс} - \Delta T = 5550 с - 180 с = 5370 с$

По III закону Кеплера (в трактовке Ньютона)

$$\frac{T_{сеанс}^2}{(R_\oplus+L)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_\oplus}$$

$$R_\oplus + L = \sqrt[3]{\frac{T_{сеанс}^2 G M_\oplus}{4\pi^2}}$$

$$R_\oplus + L = \sqrt[3]{\frac{5370^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг}{4 \cdot 3{,}14^2}}$$

$$R_\oplus + L = \sqrt[3]{\frac{5370^2 \cdot \frac{20}{3} \cdot 10^{13} \cdot 6}{4 \cdot 9{,}9}}$$

$$5370 \times 5370 = 28836900$$

$$R_\oplus + L = \sqrt[3]{\frac{28836900 \cdot 10^{14} \cdot 4}{4 \cdot 9{,}9}}$$

$$R_\oplus + L = \sqrt[3]{\frac{28836900 \cdot 10^{14}}{9{,}9}} = \sqrt[3]{\frac{3204100 \cdot 10^{14}}{1{,}1}}$$

$3204100 : 11 = 291281{,}8$

$6800 : 6630 = 1{,}0256$

$744 : 17 = 43{,}7$

$$R_\oplus + L = \sqrt[3]{291281{,}8 \cdot 10^{14}}$$

$$R_\oplus + L = 10^5 \sqrt[3]{29128{,}18}$$

$66^3 = 287496 \approx 291281{,}8 \Rightarrow \sqrt[3]{291281{,}8} \approx$

$\approx 66{,}3$

$66 \times 66 = 4356$, $4356 \times 66 = 287496$

$R_\oplus + L = 10^5 \cdot 66{,}3$ м $= 66{,}3 \cdot 10^2$ км $=$

$= 6630$ км

Сумка будет летать по эллиптической орбите. Её апоцентрическим расстоянием будет радиус орбиты МКС.

$R_\oplus + h = (R_\oplus + H)(1+e)$

$1+e = \frac{R_\oplus + h}{R_\oplus + L} \Leftrightarrow e = \frac{6800}{6630} - 1 = 0{,}256$

$$v_a = \sqrt{\frac{GM_\oplus(1-e)}{(R_\oplus+L)(1+e)}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{14} \cdot 0{,}744}{1{,}7 \cdot 6800 \cdot 10^3}} = \sqrt{\frac{10^6 \cdot 244}{17}} = 10^3 \sqrt{44}$$

$100 : 17 = 5{,}88$

$10^3 \cdot 6{,}6 = 6600\ \frac{м}{с} = 6{,}6\ \frac{км}{с}$

$V_{мкс} = \sqrt{\frac{GM}{R_{\oplus}+h}}$

$V_{мкс} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{14} \cdot 43}{\cancel{6800}\ 1700 \cdot 10^3\ м}} = \sqrt{\frac{10^9}{17}} = \sqrt{5{,}88 \cdot 10^7} =$

$= 10^3 \cdot \sqrt{58{,}8} = 7{,}67 \cdot 10^3 = 7670\ \frac{м}{с} = 7{,}67\ км/с$

$V_{сближ} = V_{мкс} - V_a = 7{,}67\ \frac{км}{с} - 6{,}6\ \frac{км}{с} \approx 1\ \frac{км}{с}$

Ответ: $1\ \frac{км}{с}$

№4

Дано:
$m_1 = 8^m$
$S_1 = 13' \cdot 12'$
$m_2 = 4^m$
$n_1 = 20$
$S_2 = 120' \cdot 100'$
$n_2 - ?$

Решение:

Вычислим поверхностную яркость объектов:

$J_1 = m_1 + 2{,}5 \lg S_1$

$J_1 = 8^m + 2{,}5 \lg 13' \cdot 12' \cdot 3600''$

$J_1 = 8^m + 2{,}5 \lg 561600$

$J_2 = m_2 + 2{,}5 \lg S_2$

$J_2 = 4^m + 2{,}5 \lg 120' \cdot 100' \cdot 3600''$

$J_2 = 4^m + 2{,}5 \lg 43200000''$

$2{,}63 \cdot 2{,}5 = 19{,}075$; $13 \cdot 12 = 156$; $156 \cdot 3600 = 561600$; $5{,}75 \cdot 2{,}5 = 14{,}375$; $12000 \cdot 3600 = 43200000$

~~Ра~~ Найдем значение логарифма подбором:

$J_1 = 8^m + 2{,}5 \cdot 5{,}75 = 8 + 14{,}375 = 22{,}375^m/''^2$

$J_2 = 4^m + 2{,}5 \cdot 7{,}63 = 4 + 19{,}075 = 23{,}075^m/''^2$

$\frac{J_2}{J_1} = \frac{n_1}{n_2}$

$n_2 = \frac{J_1 \cdot n_1}{J_2} = \cancel{\frac{23{,}075 \cdot 20}{22{,}375}} = \frac{22{,}375 \cdot 20}{23{,}075}$

$447500 : 23075 = 19$, остаток 9775

Т.к. остаток, то 19 не хватит => 20 снимков

Ответ: 20 кадров

№5

Дано:
$\tau = 30^с$
$t = 5$ мин
$T = 12$ мин
g - ?

Решение:

Очевидно, что это ~~пульсар~~ пульсар с долгим периодом. За время t лучи покрывают сферу радиусом $R = ct = 3\cdot10^5 \cdot 5\cdot60 = 9\cdot10^7$ км. Для пульсаров вспышки должны быть кратковременными, однако у него ~~это период~~ длительность вспышек ~~...~~ равна 5 минутам. Поэтому данный объект выбивается из типичного представления о нейтронных звёздах. ~~Когда~~ При крайне малой скорости вращения ($360°$ за 12 минут(ы)) у него очень длительный период излучения, что делает его уникальным и физически невозможным.

Ответ: невозможно

№1

Если перестала быть видна невооружённым взглядом, то её m превысила 6^m. Посчитаем m в момент, когда её перестало быть видно с телескопа. $M = 6 + 5\lg\frac{D}{d_{гл}}$ по формуле проницающей силы. $D = 60$ мм, $d_{гл} = 6$ мм. $M = 6+5 = 11^m$. Падение экспоненциально $\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = e^{\alpha t}$. По формуле Погсона:

$\frac{L_1}{L_2} = 10^{0.4(M_1 - m_1)} \Leftrightarrow \frac{L_1}{L_2} = 10^{0.4\cdot5} = 100 = e^{\alpha t}$

$e \simeq 2,7$

$2,7^{\alpha t} = 100 \quad 2,7^4 \approx 50; \; 2,7^5 \approx 150 \Rightarrow \alpha t \simeq 4,5$

Будем считать, что αt примерно одинаково.

$\frac{L_3}{L_1} = 10^{0.4(m_1 - m)} = e^{\alpha t} \quad 10^{0.4(6-m)} = 100 \quad 10^{0.4(6-m)} = 10^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0,4(6-m) = 2; \; 0,2(6-m) = 1; \; 6-m = 5; \; m = 1^m$

Ответ: 1^m