

M

Измерим период T с помощью графика. Проведем перпендикуляры к оси времени через максимумы скоростей, т.е. максимумы графиков, получим период, равный $0,7$ суток. Обозначим его за T . Необходимо обратить внимание на то, что оба графика симметричны относительно линии момента движения центра масс относительно наблюдателя, которая возникает из-за того, что точка пересечения кривых кривых скоростей не равна нулю. Следовательно, из-за симметрии графиков можно сделать вывод о том, что орбиты круговые. Обозначим за L расстояние между звездами компонентами. Пусть L_1 - от 1^{ой} звезды до центра масс, а L_2 - расстояние от 2^{ой} звезды до центра масс. $L_1 + L_2 = L$. Рассмотрим, чему равно ускорение свободного падения для каждой из звезд. $g = \frac{GM_2}{R_1^2}$, где R_1 - радиус 1^{ой} звезды. $g = \frac{GM_1}{R_2^2}$, где R_2 - радиус 2^{ой} звезды. Так орбиты круговые, то $v_{орбит1} = \frac{2\pi L_1}{T_1} = \sqrt{\frac{GM_2}{L_1}}$. Аналогично для 2^{ой} звезды: $v_{орбит2} = \frac{2\pi L_2}{T_2} = \sqrt{\frac{GM_1}{L_2}}$. Выразим массы через ускорение свободного падения, радиус планеты и радиус звезды. $M_1 = \frac{gR_2^2}{G}$; $M_2 = \frac{gR_1^2}{G}$. $\frac{4\pi^2 L_1}{T_1^2} = \frac{GM_2}{L_1} \Leftrightarrow \frac{4\pi^2 L_1^2}{T_1^2} = \frac{gR_2^2}{L_1} \Leftrightarrow 4\pi^2 L_1^3 = gR_2^2 T_1^2$

Выполним известной формулы о том что отношение расстояний от звезды до их центра масс равно обратному отношению их масс.

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$L_1 + L_2 = L$$

$$L_1 = \frac{m_2 L}{m_1}$$

$$L = \frac{m_1 L}{m_1} + L_2$$

$$L = L_2 \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right)$$

$$L_2 = L \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right)$$

$$L_2 = \frac{L m_1}{m_1 + m_2}, \text{ в тоже время } \frac{L_1}{L_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{g \frac{R_2^2}{a}}{\frac{R_1^2}{a}} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

Рассчитаем скорости через формулу Доплера:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad \Delta \lambda_1 = 0,34 \text{ \AA} ; \Delta \lambda_2 = 0,36 \text{ \AA} ; \lambda = 2314 \text{ нм}$$

$$v_1 = \frac{\Delta \lambda \cdot c}{\lambda} \Rightarrow v_1 = \frac{0,34 \text{ \AA} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ км/с}}{2314 \cdot 10^{-10} \text{ м}} = \frac{34 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ км/с}}{2314 \cdot 10} = \frac{34 \cdot 300}{2314} \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$\approx \frac{28400}{2314} \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx \frac{2400}{11} \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx 218 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$v_2 = \frac{\Delta \lambda_2 \cdot c}{\lambda} = \frac{0,36 \text{ \AA} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ км/с}}{2314 \cdot 10^{-10} \text{ м}} = \frac{36 \cdot 30000 \text{ км/с}}{2314 \cdot 10} = \frac{36 \cdot 300 \text{ км/с}}{2314} \approx \frac{360}{74} \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx \frac{51 \text{ км}}{11 \text{ с}}$$

$$\approx 4,6 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Найдём скорость, в которой центр масс системы наблюдателя. Замерим расстояние на оси графика от 0 до 40. Получим 52 мм. Составим пропорцию:

$$\frac{40 \text{ км}}{\text{с}} = 52 \text{ мм}$$

$$x \frac{\text{км}}{\text{с}} = 0 \text{ мм (расстояние от 0 до центра системы от наблюдателя)}$$

$$x \frac{\text{км}}{\text{с}} = \frac{40 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot 8 \text{ мм}}{52 \text{ мм}} \approx \frac{4}{5} \cdot 8 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 6,4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Найдём длину лучевой скорости двух компонент через график. Воспользуемся теми же пропорцией. Скорость 1^{ой} звезды будет равна $\frac{46 \text{ км}}{52} \approx \frac{4}{5} \cdot 46 \approx 36 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Скорость 2^{ой} звезды $\frac{33 \cdot 40 \text{ км}}{52} \approx 30 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. $\frac{40}{52} \cdot x = \frac{23,6}{29,6} \approx \frac{24}{30} \approx \frac{4}{5}$

Минимальная проекция скорости первой звезды будет равна разности угловой скорости и угловой скорости вращения звезды.

$$v_{11} = v_1 \cdot x - v_1' = 29,6 - 4,4 = 25,2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$v_{12} = v_2 \cdot x - v_2' = 23,6 - 4,6 = 19 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{орбит}} = \frac{v_{11}}{\cos \alpha}$$

Р-к. $v_1 \perp v_2$, по Δ подоб. Р-к получится почти равнобедренный при-кий треугольник.

$$v_{\text{орбит}1} = \frac{v_{11}}{\cos 45^\circ} = \frac{25,2 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{0,707} = 35,6 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{орбит}2} = \frac{v_{12}}{\cos 45^\circ} = \frac{19 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{0,707} = 26,9 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$L_2 = \frac{v_{\text{орбит}2} \cdot T}{2\pi}$$

$$L_1 = \frac{v_{\text{орбит}1} \cdot T}{2\pi} = \frac{36 \cdot 0,9 \cdot 3600 \cdot 24}{2 \cdot 3} = 6 \cdot 7 \cdot 360 \cdot 24 = 362880 \text{ км}$$

$$\begin{array}{r} \frac{42}{24} = 1,75 \\ \frac{168}{24} = 7 \\ \frac{1008}{24} = 42 \\ \frac{360}{24} = 15 \\ \frac{3024}{24} = 126 \\ \frac{362880}{24} = 15120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 362880 \\ \cdot 0,8 \\ \hline 2903040 \end{array}$$

$$L_2 = \frac{4}{5} L_1 = 0,8 \cdot 362880 = 290304 \text{ км} \Rightarrow L = 653184$$

Ориентируясь на формулу $u = \frac{v}{c}$ имеем:

$$u^2 L^3 = G M_1 T^2 \Rightarrow M_1 = \frac{4 \pi^2 L^3}{G T^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot (3,6 \cdot 10^5)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (0,9 \cdot 3600 \cdot 24)^2} = \frac{4 \cdot 10^{10} \cdot (3600 \cdot 0,9)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (3600 \cdot 0,9)^2} = \frac{4 \cdot 10^{10} \cdot 360}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,2} = \frac{4 \cdot 10^{28} \cdot 360}{8,004} = \frac{1,44 \cdot 10^{28}}{8,004} = 0,5 \cdot 10^{28} \text{ кг}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow M_2 = \frac{L_1 M_1}{L_2} = 1,25 M_1 = 1,25 \cdot 0,5 \cdot 10^{28} \text{ кг} = 0,625 \cdot 10^{28} \text{ кг} = 6,25 \cdot 10^{27} \text{ кг}$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{M_1 G}{g}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{28} \cdot \frac{10}{3} \cdot 10^{-4}}{3000}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{24}}{9000}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{14}}{9}} = \frac{\sqrt{5} \cdot 10^7}{3} = 7500 \text{ км}$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{M_2 G}{g}} = \sqrt{\frac{6,25 \cdot 10^{27} \cdot \frac{10}{3} \cdot 10^{-4}}{3000}} = \sqrt{\frac{1,25 \cdot 5 \cdot 10^{24}}{9}} = \sqrt{\frac{6,25 \cdot 10^{24}}{9}} = \frac{2,5 \cdot 10^7}{3} = 8400 \text{ км}$$

Очевидно, что через наши два карлика, с довольно малой массой, который примерно равен массе Юпитера, их радиусы примерно 80% радиуса Юпитера, т.е. 0,01 от радиуса Солнца. Можно оценить среднюю плотность этих карликов на основе этих данных.

Ответ: $5 \cdot 10^{28}$ кг; $6,25 \cdot 10^{27}$ кг; $M_1 = 653184$ км; $4,50$