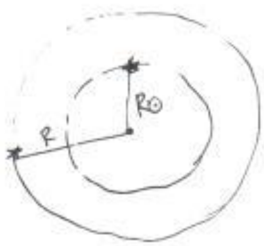
НСБ-20

Задача №1

$R = 16$ кпк $= 16 \cdot 10^3$ пк

T - ?



Я знаю, что Солнце находится на расстоянии 8,5 кпк от центра Галактики и движется со скоростью ~~...~~ $\simeq 236$ км/с

$R_\odot = 8{,}5$ кпк $=$
$= 8500$ пк $=$
$= 8{,}5 \cdot 10^3 \cdot 206265$ а.е.

$v_\odot = 236$ км/с $= \frac{2\pi R_\odot}{T_\odot}$

Т.к. скорость Земли вокруг Солнца:

30 км/с $\rightarrow$ 2π а.е./год.

тогда

236 км/с $\rightarrow$ x а.е./год

$x = \left(\frac{2\pi \cdot 236}{30}\right)$ а.е/год ≈ 48 а.е/год

$$T_\odot = \frac{2\pi R_\odot}{v_\odot} = \frac{2\pi \cdot 8{,}5 \cdot 10^3 \cdot 206265}{48} =$$
$$\simeq 230000 \cdot 10^3 = 2{,}3 \cdot 10^8 \text{ лет}$$

(период обращения Солнца вокруг центра Галактики)

(Пусть Солнце движется по круговой орбите)

Из III закона Кеплера.

$$\left(\frac{T}{T_\odot}\right)^2 = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^3$$

(в единицах: земные года и а.е.; для тел вращающихся вокруг одного и того же центрального тела) (в этом случае вокруг центра Галактики)

$$\left(\frac{T}{T_\odot}\right)^2 = \left(\frac{16}{8{,}5}\right)^3 \simeq (2)^3 \simeq 8$$

(так как в формуле отношение расстояний до Галактики, переводом в а.е. можно пренебречь)

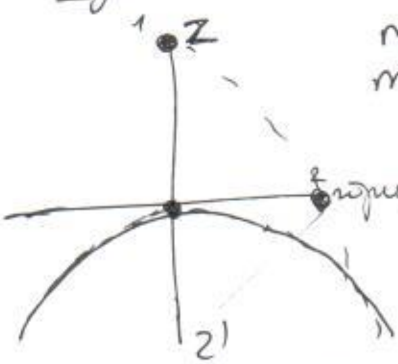
$$T^2 = 8 T_\odot^2$$

$T = \sqrt{8} \cdot T_\odot \simeq 2{,}3 \cdot 10^8$ лет $\cdot\, 2{,}8 \simeq 6{,}5 \cdot 10^8$ лет.

Ответ: $\simeq 6{,}5 \cdot 10^8$ лет.

HCБ-20

Задача №3



$m_1 = -1^m$

$m_2 = 10^m$

Из закона Погсона

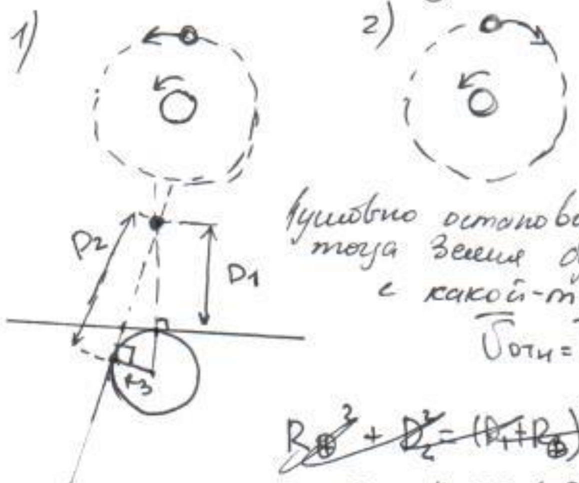
$$m_1 - m_2 = 2{,}5 \lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right)$$

Из закона обратных квадратов (т.к. наблюдаем один и тот же светящийся шар)

$$\frac{D_1}{D_2} = 10^{0{,}2(m_1 - m_2)} \Rightarrow \cancel{D_2 = 100 D_1} \quad \cancel{D_2 = 100 D_1} \quad D_2 = 102 D_1$$

точка 1 → зенит
точка 2 → горизонт

В данном случае крутиться и Земля, и шарик. но мы не знаем в какую сторону



Мысленно остановим шар, тогда Земля будет вращаться с какой-то $\vec{v}_{отн}$)

$$\vec{v}_{отн} = \vec{v}_⊕ + \vec{v}_ш$$

$\cancel{R_⊕^2 + D_2^2 = (D_1 + R_⊕)^2} \quad \cancel{R_⊕ \approx 6400\text{ км}}$

$\cancel{R_⊕^2 + 10^4 D_1^2 = D_1^2 + 2D_1R_⊕ + R_⊕^2}$

$\cancel{10^4 D_1^2 - D_1^2 - 2D_1R_⊕ = 0}$

$\cancel{999 D_1^2 - 2D_1R_⊕ = 0}$

$\cancel{D_1(999D_1 - 2R_⊕) = 0}$

$\cancel{999 D_1 = 2R_⊕ = 12800\text{ км}}$

$10^4 D_1^2 = D_1^2 + 2D_1R_З + R_З^2 + R_З^2$

$\cancel{R_⊕^2 + 25000 D_1^2 = D_1^2 + 2D_1R_⊕ + R_⊕^2}$

$\cancel{25000 D_1^2 - D_1^2 - 2D_1R_⊕ = 0}$

$\cancel{D_1(24999 D_1 - 2R_⊕) = 0.}$

$$D_2^2 = (D_1 + R_З)^2 + R_З^2$$

$$-D_1^2 + 1{,}3D_1 + 8000 = 0$$

$$D_1 = +90{,}6 \quad D_2 = -89{,}4$$

$R_З^2 + D_2^2 = (D_1 + R_З)^2$ ~~$D_2 = \dots$~~

$R_З^2 + 10^4 D_1^2 = D_1^2 + 2R_ЗD_1 + R_З^2$

$10^4 D_1^2 \simeq 2R_ЗD_1$

$D_1 = \frac{12800}{10000} \approx 1{,}28$

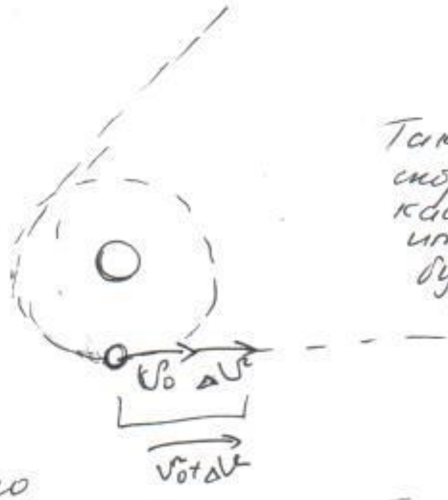
Ответ: $h \simeq 91$ км.

Задача 2

НСБ-20

$\vec{v}_0+\Delta\vec{v}=\vec{v}_{II}$

$\frac{R}{R_n}$ - ?



Так как добавка скорости идёт по касательной, то итоговая скорость будет равна просто сумме.

$v_0+\Delta v$

Чтобы тело двигалось по параболической орбите; оно должно иметь вторую космическую скорость; а механическая энергия на орбите равна 0.

$v_{II}=\sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$\frac{mv^2}{2}-\frac{GMm}{R}=0$

$\frac{mv^2}{2}=\frac{GMm}{R}$

$\frac{v^2}{2}=\frac{GM}{R}$

M - масса планеты
m - масса аппарата

$\Delta v=\frac{v_2}{5}$

$V_0=\frac{2\pi R}{T}$

$\sqrt{\frac{GM}{R}}+\frac{v}{5}=\sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Задача №5

$\boxed{НСБ-20}$

$M_1 = 0^m$
$n_1 = 10^3$ штук
$M_2 = 4,8^m$
$n_2 = 10^6$ штук

D_{max} - ?

Из закона Погсона

$$m_1 - m_2 = 2,5\lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right) = 10$$

$E_2 = 10^6 \cdot E_\odot$ $\qquad \frac{E_2}{E_1} = 10^{0,4\cdot 10} = 10^4$

$E_1 = 10^3 \cdot E_0$

m_1 - видимая звездная величина рассеянного скопления

m_2 - видимая звёздная величина шарового скопления

$\frac{10^6 E_\odot}{10^3 E_0} = 10^4$ $\qquad \frac{E_\odot}{E_0} = 10$ $\qquad E_0 = \frac{E_\odot}{10}$

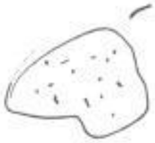
Шаровое скопление находится дальше (рассеянных относит. центра Галактики)

$$M_1 - M_2 = 2,5\lg\left(\frac{L_2}{L_1}\right)$$

$$\frac{L_2}{L_1} = 10^{0,4(4,8)} \approx 10^2$$

$L_1 = \frac{L_\odot}{100}$ $\qquad \frac{L_1}{L_\odot} = \frac{1}{100}$ (1)

-10^3 звезд $\qquad -10^6$ звезд



$$w\cdot 10^6 = \frac{L_\odot}{4\pi D^2}\cdot 10^6$$

плотность потока приходящий со всего скопления. шарового

$$w\cdot 10^3 = \frac{L_1}{4\pi D_1^2}\cdot 10^3$$

плотность потока приходящая со всего рассеянного скопления.

~~$m_1 - m_2 = 10$~~

$$\frac{L_\odot}{4\pi D^2}\cdot 10^6 \cdot \frac{4\pi D_1^2}{L_1\cdot 10^3} = 10^{0,4\cdot 10} = 10^4$$

$$\frac{L_\odot}{L_1}\cdot\frac{D_1^2}{D^2} = 10$$

Из (1) $\left(\frac{D_1}{D}\right)^2 = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

$$\frac{D}{D_1} = \sqrt{10} \approx 3,2$$

Т.е. шаровое скопление должно находиться в 3,2 раза дальше, чем рассеянное.

$$M = m - 5\lg r + 5$$
$$m = M + 5\lg r - 5$$
$$m_1 - m_2 = 10 = M_1 + 5\lg r_1 - 5 - M_2 - 5\lg r_2 + 5$$
$$10 = M_1 - M_2 + 5(\lg r_1 - \lg r_2)$$
$$14,8 = 5\left(\lg\frac{r_1}{r_2}\right)$$
$$3 \approx \lg\frac{r_1}{r_2}$$
$$\frac{r_1}{r_2} = 10^3$$

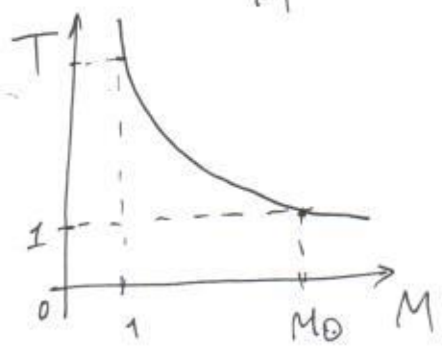
Задача 4

$\boxed{\text{НСБ-20}}$

$$T \simeq 10^{-7}\frac{M_\odot}{M}$$

зависимость между температурой и массой — обратная пропорциональность

т.е. чем больше масса, тем ниже температура



$$TM \simeq 10^{-7} M_\odot$$

$$\rho = \frac{M}{V}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

радиус чёрной дыры можно найти из формулы радиуса Шварцшильда

$$\frac{\rho}{\rho_\oplus} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}\cdot\frac{\frac{4}{3}\pi R_\oplus^3}{M_\oplus} = \frac{M}{M_\oplus}\cdot\frac{R_\oplus^3}{R^3}$$

~~$L = 4\pi R^2$~~

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$\rho_\oplus = 5{,}5$ г/см^3 = 3500 кг/м^3

$R_\oplus = 6400$ км

$$\rho = \frac{M}{M_\oplus}\cdot\frac{R_\oplus^3}{R^3}\cdot\rho_\oplus$$

минимальная плотность будет достигнута при максимальном радиусе и минимальной массе.

$$M_{min} = 10^{-7} M_\odot$$