

Задача 1

$r = 16 \text{ кпк}$ 1. Вспомним, что ск-ть движения
Т-? Солнца вокруг центра нашей Галак-
тики $v_0 \approx 240 \frac{\text{км}}{\text{с}}$, а расстояние до центра
 $r_0 = 8 \text{ кпк}$

2. Для оценки будем считать орбиты звезды
и Солнца круговые. Тогда ск-ть звезды v
равна:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{r_0}{r}} \rightarrow v \approx 240 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

3. Для круговой орбиты справедливо:

$v = \frac{2\pi r}{T}$, где T - период обращения
звезды вокруг центра

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 16 \cdot 10^3 \cdot 206265 \cdot 1,5 \cdot 10^8}{3,16 \cdot 10^2 \cdot 240 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} \text{ years} \approx$$

$$\approx \frac{2 \cdot 16 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 1,5}{240} \cdot 1,4 \cdot 10^8 \approx \frac{2 \cdot 16 \cdot 2 \cdot 1,5}{24} \cdot 1,4 \cdot 10^8 \approx 4 \cdot 1,4 \cdot 10^8 \approx$$

$$\approx 5,6 \cdot 10^8 \text{ y}$$

~~Ответ: $T \approx 5,6 \cdot 10^8 \text{ y}$~~

Ответ: $T \approx 5,6 \cdot 10^8 \text{ y}$

до п.7. можно не
читать!

решения (до п.7)

Задача 3

$m_0 = -1^m$

$m = +10^m$

И-?

1. Для оценки скажем, что свет
в атмосфере Земли рассеивает-
ся экспоненциально, т.е. если
начальный поток от тела I_0 , то

по итогу эта часть - бред.

после прохождения атмосферы он будет $I = I_0 e^{-\beta l}$, где $\beta = \text{const}$, а l — толщина слоя, через которую проходит свет

2. Тогда поймём, что в зените свет прошёл расстояние $l_0 = H$, а на горизонте

$$l = \sqrt{(R_0 + H)^2 - R_0^2} = \sqrt{2R_0H + H^2}$$

3. Запишем ф-лу Ломсона:

$$\frac{E}{E_0} = 10^{-0,4(m-m_0)}$$

с другой стороны $\frac{E}{E_0} = e^{-\beta l}$ ~~т.ч. тут~~ ~~не учёл относительный~~

4. Вспомним, что стандартное помутнение света от звёзд в зените $\Delta m \approx 0,2^m$, а толщина плотных слоёв атмосферы Земли

$h \approx 100 \text{ км}$, тогда:

$$\Delta m = -2,5 \lg e^{-\beta h} \rightarrow e^{-\beta h} = 10^{-0,4 \Delta m} \rightarrow$$

$$\rightarrow -\beta h \ln e = -0,4 \Delta m \ln 10 \rightarrow \beta = \frac{+0,4 \Delta m \ln 10}{h}$$

5. Тогда:

$$10^{-0,4(m-m_0)} = e^{-\frac{0,4 \Delta m \ln 10}{h} (\sqrt{2R_0H + H^2} - H)}$$

$$\downarrow$$

$$- \ln 10 \cdot 0,4(m-m_0) = -0,4 \ln 10 \Delta m \cdot \frac{\sqrt{2R_0H + H^2} - H}{h}$$

$$\downarrow$$

$$\sqrt{2R_0H + H^2} - H = h \cdot \frac{m-m_0}{\Delta m}$$

6. $\sqrt{2R_{\oplus}H + H^2} - H = h \cdot \frac{m - m_0}{\Delta m}$ разрешаю этот
бред не читать
(до п. 7)

$\downarrow$
 $2R_{\oplus}H + H^2 = H^2 + 2H\alpha h + h^2\alpha^2$, где $\alpha = \frac{m - m_0}{\Delta m}$

$\downarrow$
 $(2R_{\oplus} - 2\alpha h)H = h^2\alpha^2$

$\downarrow$ Здесь мы enormously
взяли $R_{\oplus} = 6400 \text{ км}$
 $\boxed{H = h \cdot \frac{h\alpha^2}{2(R_{\oplus} - \alpha h)}}$ $100 \text{ км} \cdot \frac{(\frac{11}{0,2})^2}{2(6400 \text{ км} - 100 \text{ км} \cdot \frac{11}{0,2})} \approx$

$\approx \frac{10^4 \cdot 55^2}{2 \cdot 10^2 (64 - 55)} \text{ км} \approx \frac{10^2 \cdot 55^2}{2 \cdot 9} \approx 168 \cdot 10^2 \text{ км} =$

$\leftarrow$ Экая оказия!
 $= 16,8 \text{ тыс. км}$ — для оценки ~~нужно~~
 $\rightarrow$ хотелось, чтобы $H \lesssim 100 \text{ км}$ очень дуко

7. Возможно идея задачи состоит не в этом.
П.к. ~~идея задачи~~ ^{т.к. на 11^м больше т.т.о} ~~идея задачи~~ ^{хотелось} ~~идея задачи~~

оценку попробуем учесть, что для наблюдателя меняется расстояние до аппарата.
Тогда временно забудем про атмосферное помешение и запишем формулу Лоренса без её учета:

$m - m_0 = -2,5 \lg \frac{E}{E_0}$, где $\frac{E}{E_0} = \frac{H^2}{l^2}$ скорее всего H
будет маленьким
 $l^2 = (R_{\oplus} + H)^2 - R_{\oplus}^2$ — по т. Пифагора расстояние до набл., когда аппарат на горизонте.
Тогда: $\frac{H^2}{(R_{\oplus} + H)^2 - R_{\oplus}^2} 10^{-0,4(m - m_0)}$

р. Тогда:

$$H^2 = (2R_{\oplus}H + H^2) \cdot 10^{-0,4(m-m_0)}$$

т.к. $H \neq 0$, то

$$H = (2R_{\oplus} + H) \cdot 10^{-0,4(m-m_0)}$$

↓

$$H(10^{+0,4(m-m_0)} - 1) = 2R_{\oplus}$$

$$H = 2R_{\oplus} \cdot \frac{1}{10^{+0,4(m-m_0)} - 1}$$

$R_{\oplus} = 6400 \text{ км}$ —
оценочно

т.к. $10^{+0,4(m-m_0)} \approx 10^{4,5}$,

$$\text{то } H \approx 2 \cdot 6400 \text{ км} \cdot 10^{-4,5} = \frac{2 \cdot 6400}{3,2 \cdot 10^4} \text{ км} =$$

$$10^{4,5} \approx 3,2 \cdot 10^4 = \frac{2 \cdot \cancel{3,2} \cdot 2 \cdot 10^3}{\cancel{3,2} \cdot 10^4} \text{ км} = 0,4 \text{ км} \approx$$

$\approx 400 \text{ м}$ — это

уже хорошо

т.к. $H \ll h = 100 \text{ км}$, то атмосферным
ослаблением ^{света} можно действительно
пренебречь!

Поэтому верное решение этой
задачи это п.7 и п.8, а остальное —
это бред!

Ответ: $H \approx 400 \text{ м}$

Задача 5

$$N_1 = 10^3$$

$$M_{01} = 0^m$$

$$\Delta m = 10^m$$

$$N_2 = 10^6$$

$$M_{02} = M_{\odot} \approx 4,8^m$$

$$\eta_2 = ?$$

 1. Найдём светимость 1 звезды
расширенного скопления:

$$M_{01} - M_{\odot} = -2,5 \lg \left(\frac{L_{01}}{L_{\odot}} \right) \quad \text{ф-ла Погсона}$$

$$\downarrow$$

$$L_{01} = L_{\odot} \cdot 10^{-0,4(M_{01} - M_{\odot})}$$

 2. Найдём отношение освещённостей,
создаваемых скоплениями:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1 L_{01}}{N_2 L_{\odot}} \cdot \frac{\eta_2^2}{\eta_1^2} = \frac{N_1}{N_2} \frac{\eta_2^2}{\eta_1^2} \cdot 10^{-0,4(M_{01} - M_{\odot})}$$

по ф-ле Погсона:

$$\Delta m = -2,5 \lg \frac{E_1}{E_2} \rightarrow \Delta m = -2,5 \lg \frac{N_1}{N_2} - 5 \lg \frac{\eta_2}{\eta_1} -$$

$$-2,5 \cdot -0,4(M_{01} - M_{\odot}) \lg 10$$

$$\Delta m + M_{\odot} - M_{01} = -2,5 \lg \frac{N_1}{N_2} - 5 \lg \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

$$\downarrow$$

$$10 + 4,8 - 0 = -2,5 \lg \frac{10^3}{10^6} - 5 \lg \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

$$14,8 = -2,5 \cdot -3 - 5 \lg \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

$$\downarrow$$

$$7,3 = -5 \lg \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

$$\downarrow$$

$$-1,46 = \lg \frac{\eta_2}{\eta_1} \rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = 10^{-1,46} \approx 10^{-1,5} \approx 0,032$$

 $\eta_2 \approx 0,032 \eta_1$ — прекрасно, теперь оценим η_1

Самые удалённые рассеянные скопления находятся на краю диска нашей Галактики, т.е. не дальше $15 + 8 = 23$ кпк от нас. Тогда максимальное γ_2 равно:

$$\gamma_2 = 0,032 \cdot 23 \text{ кпк} \approx 740 \text{ пк}$$

Ответ: $\gamma_2 = 740 \text{ пк}$

Задача 2

$$k=5$$

1. Запишем ск-ть аппарата на $\frac{r}{R}$ - ? круговой орбите:

$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, M - масса планеты параболическая ск-ть аппарата для этой орбиты:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

2. Тогда аппарату по касательной нужно добавить ск-ть $\Delta v = (\sqrt{2} - 1) \sqrt{\frac{GM}{r}}$

3. Т.к. во 2 случае аппарат стартует с полюса планеты, то её вращение можно не учитывать и аппарату нужно придать Π космическую ск-ть:

$$v_{\Pi} = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad R - \text{радиус планеты}$$

4. Тогда: $k \Delta v = v_{\Pi}$ - по условию

$$\alpha (\sqrt{2}-1) \cdot \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\boxed{\frac{R}{R} = \alpha^2 (\sqrt{2}-1)^2} \quad \frac{R}{R} = 25 \cdot (\sqrt{2}-1)^2 = 25(2+1-2\sqrt{2})$$

$$\approx 25(3-2 \cdot 1,41) \approx 25 \cdot 0,18 = 4,5$$

Ответ: $\frac{R}{R} = 4,5$

Задача 4

$T \approx 10^{-7} \frac{M_{\odot}}{M} K$ 1. Для оценки можно сказать, что радиус χ ЧД совпадает с $R_{\min}$ - ? её гравитационным радиусом.

Когда радиус ЧД равен радиусу Шварцшильда:

$$R = \frac{2GM}{c^2}, \text{ где } M - \text{масса ЧД}$$

2. Когда считая ЧД сферической формы получим:

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3} \rightarrow \rho = \frac{3M c^6}{4\pi \cdot 8G^3 M^3} = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M_{\odot}^2} \cdot \left(\frac{M_{\odot}}{M}\right)^2$$

Для минимальной m -ти ρ нужно определить максимальную массу M , при которой ЧД способна терять массу

3. Максимальная масса ЧД M будет тогда, когда температура T ЧД будет достаточна для того, чтобы ЧД способна была терять массу. Для оценки можно взять температуру жидкого гелия $T \approx 5K$, тогда:

$$\rho = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M_0^2 (10^7 T)^2} \quad \rho = \frac{3 \cdot (3 \cdot 10^8)^6}{32 \cdot 6,7 \cdot 10^{-33} \cdot 4 \cdot 10^{60}}$$

$$\cdot (10^7 \cdot 5)^2 \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3} \approx \frac{3^6 \cdot 10^{48} \cdot 25 \cdot 10^{14}}{32 \cdot 4 \cdot 10^{27}} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3} = \frac{3^6 \cdot 25}{128 \cdot 4} \cdot 10^{35} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3}$$

$$\approx \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 25}{128 \cdot 340} \cdot 10^{35} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3} = \frac{25 \cdot 2}{170} \cdot 10^{35} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3} \approx 0,43 \cdot 10^{35} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3} =$$

$$= 4,3 \cdot 10^{34} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3}$$

Ответ: $\rho = 4,3 \cdot 10^{34} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^3}$