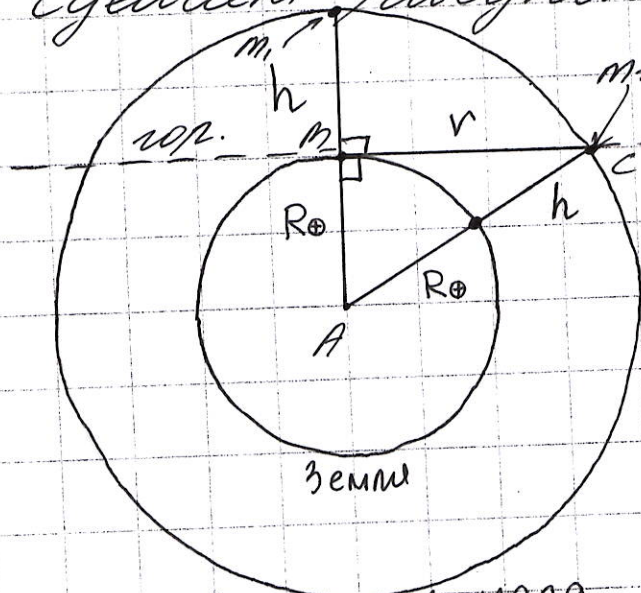


ЗАДАЧА 3.

Сделаем рисунок:



1) Яркость св. шара
меняется из-за
изменения расстояния до наблюдателя на поверхности $\Rightarrow$
применяем формулу
Поллона:

Орбита св. шара
 $10^{0,2}(m_1 - m_2) = \frac{R_1}{R_2} = \frac{h}{r}$, при $m_1 = -1^m$
 $m_2 = 10^m$

$10^{0,2}(-1^m - 10^m) = 10^{-0,2 \cdot 11} = 10^{-2,2}$ ~~чтобы~~
~~получить~~

2) Рассмотрим $\triangle Am_2$ и запишем теорему Пифагора:

$$(R_{\oplus} + h)^2 = R_{\oplus}^2 + r^2;$$

$$R_{\oplus}^2 + 2R_{\oplus}h + h^2 = R_{\oplus}^2 + r^2;$$

$$2R_{\oplus}h + h^2 = r^2; \text{ из (1) заменим}$$

числу равен r : $r = \frac{h}{10^{-2,2}} = 10^{2,2}h$;

$$2 \cdot R_{\oplus} \cdot h + h^2 = 10^{4,4}h^2; \quad | \cdot \frac{1}{h};$$

$$2R_{\oplus} + h = 10^{4,4}h;$$

$$10^{4,4}h - h = 2R_{\oplus} \Rightarrow h(10^{4,4} - 1) = 2R_{\oplus};$$

$$10^{4,4} - 1 = 10^4 \cdot 10^{0,4} - 1 = 1000 \cdot 2,512 = 2512 - 1 =$$

$$= 2511; \Rightarrow h = \frac{2 \cdot R_{\oplus}}{2511} = \frac{2 \cdot 6400 \text{ км}}{2511} \approx 5,1 \text{ км}$$

Ответ: 5,1 км $\leftarrow$ что очень мало!

Задача 5.

Известно, что абсолютная звёздная величина солнца равна $+4,8^m$. Зная это, посчитаем суммарное абсолютное звёздное величине каждого из скоплений:

1) Рассеянное:

$$M_{\text{абс}3} - M_{\text{абс}3} = 0^m = -2,5 \lg \left(\frac{10^3}{1} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{\text{абс}3} = 0^m - 2,5 \cdot 3 = -7,5^m$$

2) Шаровое:

$$M_{\text{абс}6} - M_{\text{абс}6} = +4,8^m = -2,5 \lg \left(\frac{10^6}{1} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{\text{абс}6} = 4,8 - 2,5 \cdot 6 = 4,8 - 15^m = -10,2^m;$$

Теперь запишем разницу абсолютных звёздных величин:

$$M = 5 - 5 \lg r$$

$$M_{\text{абс}3} - M_{\text{абс}6} = m_3 - m_6 - 5 \lg r_3 + 5 \lg r_6 =$$

$$= m_3 - m_6 + 5 \lg \left(\frac{r_6}{r_3} \right); \text{ так как рассеянное}$$

$$\text{тусклее, то } m_3 - m_6 = 10^m;$$

Запишем:

$$-7,5^m + 10,2^m = 10^m + 5 \lg \left(\frac{r_6}{r_3} \right) \Rightarrow \frac{r_6}{r_3} = 10^{0,443} = 10^{0,443} = 2,75$$

$$= 10^{0,2,92} \approx 10^3;$$

Для оценки скажем, что оба скопления находится в нашей галактике $\Rightarrow$ крайнее значение для расстояния до рассеянного звёздного скопления $r_3 = 8 \text{ кпк} + 16 \text{ кпк} = 24 \text{ кпк}$, тогда $r_6 = \frac{24 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}}{\text{пк}} = 24 \text{ пк}$

Ответ: 24 пк



ЗАДАЧА 2

найдем скорость, добавленную аппарату на круговой орбите:

$$\sqrt{\frac{GM}{r}} + u = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{GM}{r}} \cdot (\sqrt{2} - 1);$$

найдем скорость, добавленную аппарату на повороте (то есть дополнительной скорости из-за вращения планеты вокруг оси нет) планеты:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}; \text{ знаем их отношение, запишем:}$$

$$5 \cdot u = v \Rightarrow 5(\sqrt{2} - 1) \cdot \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}};$$

$$\frac{5(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{r}{R}} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{25(\sqrt{2} - 1)^2}{2} = \frac{25(4 - 2\sqrt{2} + 1)}{2} =$$

$= 27,25 \leftarrow$ что и требовалось найти.

Ответ: 27,25.

ЗАДАЧА 1.

Сначала можно заметить, что 16 клк от центра галактики — это край нашей галактики. Существует два подхода для решения такой задачи: 1) можем ~~сравнить~~ сравнить скорость с Солнечной (около 230 км/с) или 2) можно посчитать скорость звезды через расстояние до центра и массу плечевого пути (около $10^2 M_{\odot}$). Решим двумя способами:

1) Если считать галактику идеальной сферической, то по теореме Гауса можно записать:

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot r^3 G}{3r}} = 2r \sqrt{\frac{\rho G}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v}{v_0} = \frac{r}{r_0} = \frac{16}{8} = 2 \Rightarrow v = \frac{2v_0}{2} \text{ и } v_0 \approx 230 \text{ км/с}$$

Чтобы найти период оборота, разделим весь путь $2\pi r$ на скорость:

$T = \frac{2\pi r \cdot r_0}{v_0 r} = \frac{2\pi r_0}{v_0}$, что совпадает с периодом оборота звезды вокруг галактического центра. (так как, к сожалению, я его не помню, придется считать).

$$T = \frac{2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 150 \cdot 10^6}{230} = \frac{15 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{23} = \frac{1440}{23} \cdot 10^{11} \text{ с}$$

переведем в годы:

$$\frac{1440 \cdot 10^{11}}{23 \cdot 365 \cdot 3600 \cdot 24} = \frac{60 \cdot 10^9}{23 \cdot 36 \cdot 365} = \frac{6 \cdot 10^{10}}{23 \cdot 36 \cdot 365} = \frac{10^{10}}{23 \cdot 6 \cdot 365} = \frac{10^{10}}{50370} \approx \frac{10^{10}}{5 \cdot 10^4} = 2 \cdot 10^6 \text{ лет}$$

2) Вторым, менее удобным способом для оценки периода будем считать $\approx$ радиус "в лоб". Так как 16 кпк — край нашей галактики, то вся масса млечного пути будет стоять в формуле для скорости:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \approx 10^{12} \text{ МО} ; T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{GM}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{GM}} ; \text{ Анку-}$$

ратно посчитаем значение по формуле:

$$\frac{(2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 16)^3 (150 \cdot 10^9)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 10^{12}} \approx \frac{2^3 \cdot 8 \cdot 10^{15} \cdot 10^9 \cdot 2^{12} (150 \cdot 10^9)^3}{4 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 10^{12}} = \frac{2^{15} \cdot 10^{24} \cdot (150 \cdot 10^9)^3}{4 \cdot 2 \cdot 10^{31}} =$$

XUM-37

Страница 5 из 7

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2^{10} \approx 10^3}{10^3 \cdot 2^5 \cdot 10^{24} \cdot (150 \cdot 10^9)^3} = \frac{10^3 \cdot 2^5 \cdot 10^{24} \cdot 15^3 \cdot 10^{30}}{7 \cdot 2 \cdot 10^{31}} = \\
 &= \frac{10^{26} \cdot 2^4 \cdot 15^3}{7} \approx \frac{4 \cdot (7 \cdot 2)^3 \cdot 2^4 \cdot 10^{26}}{7} = \\
 &= \cancel{5 \cdot 10^{27}} \cdot 4^2 \cdot 2^7 \cdot 10^{26} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{4^2 \cdot 2^7 \cdot 10^{26}} = \\
 &= 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2^3 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{13} \text{ с} \text{ и опять переведем в}
 \end{aligned}$$

годы:

$$\begin{aligned}
 &\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 1,4 \cdot 10^{13}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 1,4 \cdot 10^{11}}{365 \cdot 36} \approx \frac{19,6 \cdot 10^{11}}{3,8 \cdot 3,6 \cdot 10^3} = \\
 &= \frac{19,6 \cdot 10^8}{3,6^2} = \frac{19,6 \cdot 10^8}{12,96} \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ лет, что}
 \end{aligned}$$

на порядок отличается от первого ответа. либо где-то арифмет. ошибка. либо действительно пренебречь неравномерностью распределения

масса не считаем.

Ответ: $2 \cdot 10^7$ лет, или $1,5 \cdot 10^8$ лет.

см. вкл.

ЗАДАЧА 4.

Для того, чтобы понять в какой ситуации мы сможем получить $\rho_{\min}$, запишем выражение для плотности:

$$\rho_{\min} = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M}{4\pi R^3};$$

читаем на шаром

Для оценки используем формулу Шварцшильда.

$$R = \frac{2GM}{c^2}; \text{ подставим: } \rho_{\min} = \frac{3 \cdot M}{4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{2GM}{c^2}\right)^3} =$$

$$= \frac{3 \cdot M \cdot c^6}{4 \cdot \pi \cdot 8 \cdot G^3 \cdot M^3} = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M^2} \Rightarrow \text{минимальную плотность мы получим при максимальной}$$

Рассмотрим данное в условии выражение для температур T и выразим массу:

$$T \approx 10^{-7} \frac{M_0}{M} [\text{K}] \Rightarrow M = \frac{10^{-7} \cdot M_0}{T}; \text{ то есть}$$

чтобы получить максимальную массу мы должны оценить минимальную температуру. На современном этапе эволюции Вселенной такая температура равна эк-температуре реликтового излучения. Подставим выведенную массу в выражение для плотности:

$$\rho_{\min} = \frac{3 \cdot c^2 \cdot T^2}{32 \cdot \pi \cdot (10^{-7})^2 \cdot M_0^2} = \frac{3 \cdot 10^{14} \cdot c^2 \cdot T^2}{32 \cdot \pi \cdot M_0^2};$$

Осталось только посчитать...

ХИМ-37

Справка 7 из 7

Попробуем что-то сократить:

$$\rho_{\min} = \frac{10^{14} \cdot 3 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 3^2}{32 \cdot 3 \cdot (2 \cdot 10^{30})^2} = \frac{3^5 \cdot 10^{30}}{32 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10^{30} \cdot 10^{30}}$$

$$= \frac{3^4}{32 \cdot 4 \cdot 10^{30}} \approx \frac{0,8 \cdot 10^2}{32 \cdot 4 \cdot 10^{30}} = \frac{0,8}{32 \cdot 4 \cdot 10^{28}} =$$

$$= \frac{8}{32 \cdot 4 \cdot 10^{29}} = \frac{1}{16 \cdot 10^{29}} = 0,0625 \cdot 10^{-29} = 6,25 \cdot 10^{-27} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$$

Действительно получилось очень мало, но для ЧД в такой малаевской температурой, которую мы взяли для оценки, результат можно считать очень грубо оцененным.

Ответ: $6,25 \cdot 10^{-27} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$.