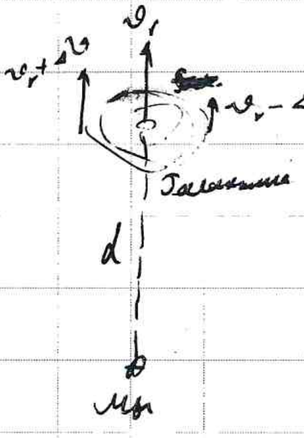
№3.

$\lambda = 7900 Å$
$\lambda_0 = 6563 Å$
$\Delta\lambda = 16 Å$
m - ?



Решение:

1) Лучевая скорость галактики, вызванная космол. красным смещением:

$$\vartheta_r = \frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0}c$$

$$\vartheta_r = \frac{1337}{6563}\cdot 3\cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$\vartheta_r \approx \cancel{15\cdot10^3 \text{ м/с}}\ 0,6\cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Собственная скорость звезды у края галактики:

$$\cancel{\Delta\vartheta = \lambda - \lambda_0}$$

$$\Delta\vartheta = \frac{(\lambda+\frac{\Delta\lambda}{2})-\lambda_0}{\lambda_0}c - \vartheta_r$$

$$\Delta\vartheta = \frac{\cancel{\lambda}+\frac{\Delta\lambda}{2}-\cancel{\lambda_0}-\cancel{\lambda}+\cancel{\lambda_0}}{\lambda_0}c$$

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}c \approx \frac{8}{6563}\cdot 3\cdot10^8 \text{ м/с}$$

$$\Delta\vartheta \approx 370 \text{ км/с}$$

2) Для спиральных галактик работает отношение Талли-Фишера:

$$L \sim (\Delta\vartheta)^3$$

Тогда мы можем сравнить данную галактику с Млечным Путём:

$$\frac{L}{L_{мп}} = \left(\frac{\Delta\vartheta}{\Delta\vartheta_{мп}}\right)^3 \rightarrow L \approx 10^{11} L_\odot \left(\frac{\Delta\vartheta}{230 \text{ км/с}}\right)^3$$

$$L \approx 4,5\cdot10^{11} L_\odot.$$

3) Расстояние до галактики найдём по космол. красн. смещ.:

$$d = \frac{v_r}{H} = \frac{0{,}6 \cdot 10^5 \text{ км/с}}{70 \text{ км/с}/\text{Мпк}} \approx 10^3 \text{ Мпк}$$

4) Сравним галактику с Солнцем:

$$m = m_\odot - 2{,}5\lg\left(\frac{L}{d^2} \cdot \frac{a_\oplus^2}{L_\odot}\right)$$

$$m = m_\odot - 2{,}5\lg\left(4{,}5\cdot 10^{11} \cdot \left(\frac{a_\oplus}{d}\right)^2\right)$$

$$m = m_\odot - 2{,}5\lg\left(4{,}5\cdot 10^{11} \cdot \left(\frac{1}{206265} 10^{-9}\right)^2\right)$$

$$m \approx m_\odot - 2{,}5\lg(10^{-17}) = -27^m + 2{,}5\cdot 17$$

$$m = 15{,}5^m.$$

Ответ: $15{,}5^m$.

№5.

1) Для решения данной задачи воспользуемся формулой Зеелигера (простите, если неправильно помню название):

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} \approx 4.$$

Здесь $N(m)$ – кол-во звёзд ярче m, $N(m+1)$ – кол-во звёзд ярче $m+1$.

Более того, мы знаем, что $N(0) = 4$.

2) Несложно понять, что $\frac{N(m+x)}{N(m)} = 4^x$. Тогда:

$$\frac{N(x)}{N(0)} = 4^x \rightarrow N(x) = 4^x N(0) = 4^{x+1}.$$

В нашей задаче $N(x) = 300\,615\,205$, ~~x – предельн. звёздн. величина~~

x — проницающая способ. наблюд. инструмента. Тогда:

$$300615205 = 4^{x+1}$$

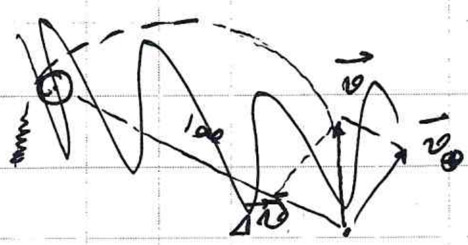
$$\log_4(300615205) = x+1$$

$$x = \log_4(300615205) - 1.$$

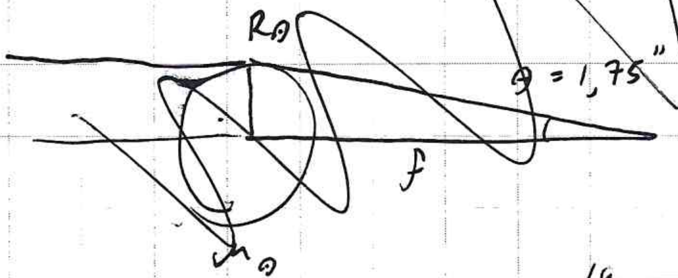
$$x \approx 14{,}2 - 1 = 13{,}2^m.$$

Ответ: $x \approx 13{,}2^m$.

~~№1.~~



№2.



Рассмотрим происходящее в время Солн. Затмения:

$$f \approx \frac{R_\odot}{\theta}$$

№4.

1) Кин. энергия вращения Синда до столкновения: $E = \frac{I\omega_0^2}{2}$, ω_0 — угл. скорость вращ. Синда, I — его момент инерции. После столкновения I практически не изменится, т.к. масса Юпитера m много меньше массы Синда M. Однако, ω_0 изменится и станет равной ω.

2) Запишем ЗСЭ для системы $\boxed{\text{Юпитер}}$ — Синд:

$$\frac{I\omega_0^2}{2} + \boxed{\frac{mv^2}{2} - \frac{GmM}{a}} = \frac{I\omega^2}{2} + \boxed{\frac{m(\omega R_\odot)^2}{2} - \frac{GMm}{R_\odot}}$$

Здесь ω - скорость Юпитера в „нормальных условиях", a - большая полуось его орбиты; $R_\odot$ - радиус Солнца.

$$\frac{I\omega_0^2}{2} - \frac{mMG}{2a} = \frac{\omega^2}{2}\left(I + mR_\odot^2\right) - \frac{GmM}{R_\odot}$$

$$\omega^2\left(I + mR_\odot^2\right) = I\omega_0^2 - \frac{mMG}{a} + 2\frac{GmM}{R_\odot}$$

$$\omega^2 = \frac{I\omega_0^2 - mMG\left(\frac{1}{a} - \frac{2}{R_\odot}\right)}{I + mR_\odot^2}$$

Насколько я помню, $\omega_0 \approx \frac{2\pi}{16 \text{ часов}}$, а $I \approx 0{,}6 M_\odot R_\odot^2$.

$I \approx 6\cdot10^{47}$ кг·м^2 и $\omega_0 \approx 10^{-4}$ с$^{-1}$. Тогда:

$$\omega^2 \approx \frac{I\omega_0^2 + mMG\frac{2}{R_\odot}}{I + mR_\odot^2}$$

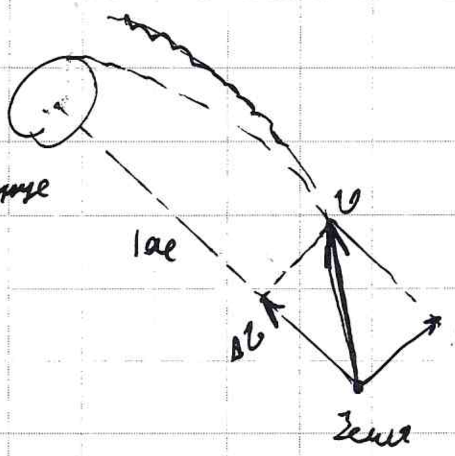
$$\omega^2 \approx \frac{6\cdot10^{39} + 4\cdot10^{57}\cdot7\cdot10^{-11}\cdot\frac{2}{R_\odot}}{6\cdot10^{47} + 2\cdot10^{27}\cdot R_\odot^2}$$

$$\omega^2 \approx \frac{\cancel{6}\cdot10^{39}}{\cancel{6}\cdot10^{47}} = 10^{-8}$$

$$\omega \approx 10^{-4}\ \text{с}^{-1}.$$

Мы видим, что $\omega_0 = \omega$, а значит, период изменится крайне незначительно и останется ~~то~~ равным 16 часов.

№1.



1) На рисунке $\Delta \upsilon$ – скорость, с которой Оби бросил шар. Итоговая скорость шара отн. Солнца составит

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_\oplus^2 + \Delta\upsilon^2}.$$

Чтобы шар попал на Солнце при минимальной $\Delta\upsilon$, его перигел. расстояние $r_п$ должно быть равно радиусу Солнца:

$$r_п = a(1-e) = R_\odot.$$

a, e – большая полуось и эксцентр. орбиты шара

2) По закону сохр. момента импульса:

$$\upsilon_п r_п = \upsilon_\oplus \cdot (1ае),$$

$\upsilon_п$ – скорость шара в перигелии

$$\sqrt{\cancel{GM_\odot} r_п (1+e)} = \sqrt{\cancel{GM_\odot} (1ае)}$$

$$r_п(1+e) = 1а.е$$

$$e = \frac{1а.е.}{R_\odot} - 1 \approx 2000 \text{ жесть...}$$

Тогда:

$$\cancel{\upsilon_п = \sqrt{GM_\odot r_п (1+e)} \approx \sqrt{7 \cdot 10^{37} \cdot 2000}}$$

$$\cancel{\upsilon_п \approx 4 \cdot 10^{20} \text{ м/с}}$$

$$\upsilon_п = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r_п} \cdot 2000} \approx 2 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

3) ЗСЭ:

$$\frac{\cancel{m} v_п^2}{2} - \frac{G M_{\odot} \cancel{m}}{R_{\odot}} = \frac{\cancel{m} v^2}{2} - \frac{G M_{\odot} \cancel{m}}{1 а.е.},$$

m – масса шара.

$$v^2 = v_п^2 - 2\frac{GM_{\odot}}{R_{\odot}} + 2\frac{GM_{\odot}}{1 а.е.}$$

$$v^2 \approx 2000 \frac{GM_{\odot}}{R_{\odot}} - 2\frac{GM_{\odot}}{R_{\odot}} + 2\frac{GM_{\odot}}{1 а.е.}$$

$$v \approx v_п = 2\cdot 10^7 м/с.$$

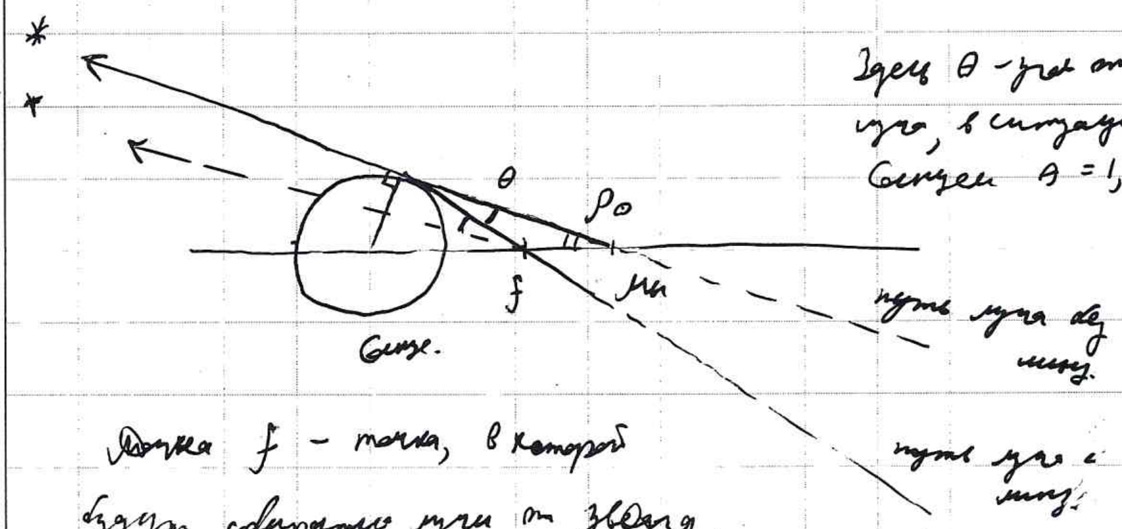
Тогда:

$$\Delta v = \sqrt{v^2 - v_{\oplus}^2} \approx v \approx v_п = 2\cdot 10^7 м/с = \frac{2}{30} c.$$

Ответ: $\Delta v \approx 2\cdot 10^7$ м/с.

№2.

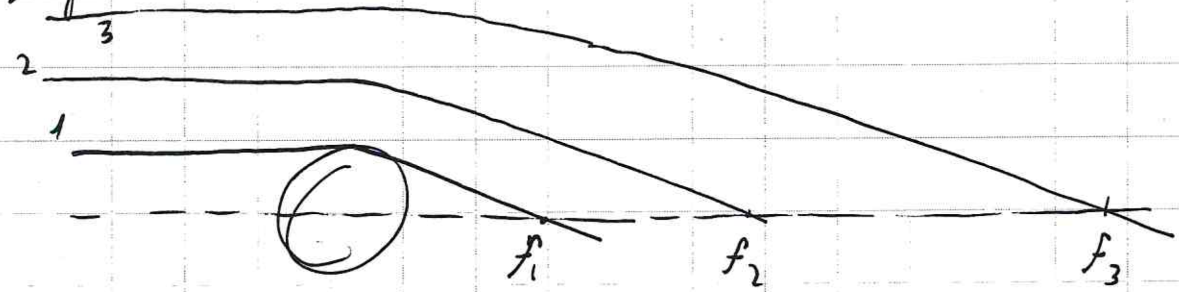
1) Рассмотрим „искажение" бесконечно удалённой звезды:



Здесь θ – угол отклонения луча, в ситуации с Солнцем θ = 1,75''.

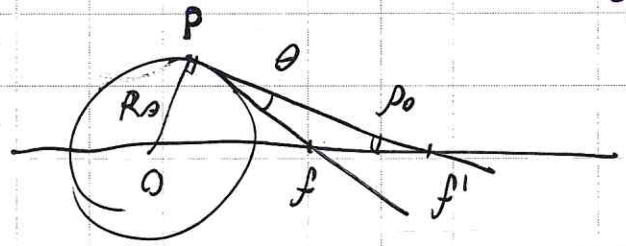
Точка f – точка, в которой будут собираться лучи от звёзд, находящихся у диска Солнца ~~Олев, что если~~

2) Очевидно, что, чем меньше ~~угол~~ звезда удалена от Солнца на небе, тем сильнее ~~и~~ СО лучи будут подвергнуты линзированию.



В данном случае f_1 и будет искомым минимальным фокусным расстоянием.

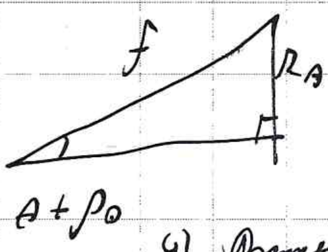
3) Рассмотрим рисунок из пункта 1:



Здесь ρ_0 – угл. радиус Солнца.

Т.к. $\theta \ll 1$, будем считать $\triangle OPf$ ~~прям~~ прямоугольным.

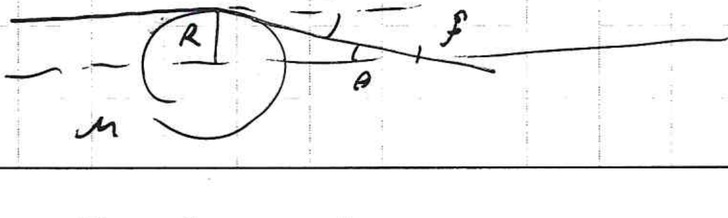
Тогда:



$$f = \frac{R_\odot}{\sin(\theta+\rho_0)} \approx \frac{R_\odot}{\theta+\rho_0},$$

$$\rho_0 = \frac{R_\odot}{f'} \to f = \frac{R_\odot}{\theta + R_\odot/f'}$$

4) Вообще, стоит рассматривать ситуацию, не зависящую от местоположения наблюдателя, т.е. как в пункте 2.



Из условия мы знали, что при „фиксированном" R:

$$f = \frac{K}{M}.$$

Из рисунка видно, что:

$$f = R\,\mathrm{ctg}\,\theta \approx \frac{R}{\theta}.$$

Тогда:

$$K = M\frac{R}{\theta}$$

Чтобы найти K, можем подставить известные для Солнца величины:

$$K = M_\odot \frac{R_\odot}{1{,}75''}$$

Однако, этот коэффициент будет работать только при $R = R_\odot$, т.е. K зависит от R. ~~...~~ Видно, что $K \sim R$.

Тогда:

$$K = K(R_\odot)\frac{R}{R_\odot} = \frac{M_\odot R}{1{,}75''}.$$

Тогда:

$$f = \frac{K}{M} = \frac{M_\odot}{M}\frac{R}{1{,}75''} = \frac{R}{M}\left(\frac{M_\odot}{1{,}75''}\right)$$

$$f = \frac{R}{M}\cdot 3{,}1\cdot 10^{35}$$

Ответ: $f = \frac{R}{M}\cdot 3{,}1\cdot 10^{35}$.