

ЗАДАЧА 1. Т.к. ВОЛШЕБНИК БРОСИЛ ШАР В НАПРАВЛЕНИИ СОЛНЦА, ТО ШАР ТОЧНО ПРОЙДЕТ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ ЛАГРАНЖА L_2 И ЕСЛИ В ЭТОЙ ТОЧКЕ ШАР БУДЕТ ИМЕТЬ СКОРОСТЬ ЧТЬ БОЛЬШУЮ НУЛЬ, ТО ОН ОБЯЗАТЕЛЬНО ПРИМЕТСЯ ТОЧКУ L_2 И УЛЕТИТ НА СОЛНЦЕ. Т.к. ВЫЛЕТЫЕ ПРОИСХОДИТ В ВЫДУМАННОЙ СИТУАЦИИ, ТО МОЖНО СЧИТАТЬ, ЧТО ИЗ ТОЧКИ L_2 ГРАВ. СИЛА ОТ СОЛНЦА РАВНА ПО МОДУЛЮ ГРАВ. СИЛЕ ОТ ЗЕМЛИ:

$$\frac{GM_{\odot}}{R_{L2}^2} = \frac{GM_{\oplus}}{(1\text{а.u.} - R_{L2})^2} \Rightarrow \left(\frac{1\text{а.u.} - R_{L2}}{R_{L2}}\right)^2 = \frac{M_{\oplus}}{M_{\odot}} = \frac{2 \cdot 10^{30}}{6 \cdot 10^{24}} \Rightarrow \frac{1}{R_{L2}} - 1 \approx \frac{1}{R_{L2}} = 1.7 \cdot 10^3 \Rightarrow R_{L2} \approx 0.159 \text{ а.е.}$$

$R_{L2} \approx 10^{10}$ МЕТРОВ. $R_{L2} = R_{L3} - R_{L3} = 1.5 \cdot 10^{10} - 10^{10} = 5 \cdot 10^9$ М. $1.4 \cdot 10^{10}$

Поскольку ПРИ СТАРТЕ ШАР ИМЕЕТ СКОРОСТЬ v_{\min} , А В ТОЧКЕ L_2 ИМЕЕТ НИКАКУЮ СКОРОСТЬ. ЗАПИШЕМ ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ:

$$-\frac{GM_{\odot}}{R_{L2}} - \frac{GM_{\oplus}}{r_{\oplus}} + \frac{v_{\min}^2}{2} = -\frac{GM_{\odot}}{R_{L2}} - \frac{GM_{\oplus}}{R_{L2}}$$

Отсюда $v_{\min}^2 = GM_{\odot} \left(\frac{1}{R_{L2}} + \frac{1}{R_{L2}}\right) + GM_{\oplus} \left(\frac{1}{r_{\oplus}} + \frac{1}{R_{L2}}\right) = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot \left(\frac{1}{1.56 \cdot 10^9}\right) + 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{24} \cdot \left(\frac{1}{1.56 \cdot 10^9}\right)$

$$v_{\min}^2 = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(2.66 \cdot 10^{21} - 2.66 \cdot 10^{19}\right) = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2.64 \cdot 10^{21} = 1.75 \cdot 10^8$$

$$v_{\min} = \sqrt{1.75 \cdot 10^8} \approx 2.13 \cdot 10^4 \text{ м/с} = 21.3 \text{ км/с} \Rightarrow \text{СКОРОСТЬ ДОЛЖНА БЫТЬ КОМПАКТНЕЕ } 21.3 \text{ км/с}$$

$v_{\text{отв}} > 21.3 \text{ км/с.}$

ЗАДАЧА 4 | Запишем закон сохранения моментов для вращения

Юпитера по орбите радиусом 5,2 а.е. и вращающегося Солнца и для

той же точки соответственно:

$$\frac{2}{5} M_0 \cdot R_0^2 \cdot \omega_c + F_T \cdot R_{Ю} = \frac{2}{5} \cdot M_0' \cdot R_0'^2 \cdot \omega_c'$$

$$\frac{2}{5} M_0 R_0^2 \cdot \omega_c + \frac{G M_0 m_{Ю}}{R_{Ю}} = \frac{2}{5} (M_0 + m_{Ю}) R_0'^2 \cdot \omega_c' ; M_0 + m_{Ю} \approx M_0$$

$$\frac{2}{5} R_0^2 \cdot \omega_c + \frac{G m_{Ю}}{R_{Ю}} = \frac{2}{5} R_0'^2 \cdot \omega_c' \Rightarrow \omega_c' = \omega_c + \frac{5}{2} \frac{G m_{Ю}}{R_0^2 \cdot R_{Ю}}$$

Пример обращения Солнца вокруг своей оси примерно равен $\frac{2\pi}{25 \text{ дн}} \approx 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$

$$\omega_c' = \frac{2\pi}{T_{Ю}} + \frac{5}{2} \cdot \frac{G m_{Ю}}{R_0^2 \cdot R_{Ю}} = \frac{2\pi}{2,8 \cdot 10^8 \text{ с}} + \frac{5}{2} \cdot \frac{6,67 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{29}}{(7 \cdot 10^8)^2 \cdot 5,2 \cdot 15 \cdot 10^8} = 4,42 \cdot 10^{-6} + 1,6 \cdot 10^{-8} = 4,4216 \cdot 10^{-6}$$

$$\omega = 2\pi / T_{\text{орб}} \Rightarrow T_{\text{орб}} = 2\pi / \omega = \frac{6,28}{4,4216 \cdot 10^{-6}} = 1,42 \cdot 10^6 \text{ секунд} \approx 16-17 \text{ лет.}$$

Ответ: примерно 16-17 лет.

ЗАДАЧА 5 | Известно, что звезда во 5-й звездной величины

на небе около 3 тис, во 6-й - около 6000, во 7-й - около 12000.

Вот и предположим, что количество звезд увеличивается

по геометрической прогрессии со множителем 2. Тогда

можно наблюдать звезд 6+х звездной величины, причем

$$6000 \cdot 2^x = 300615205 ; 2^x \approx 50102 ; x \approx 15,7 \Rightarrow m_{\text{max}} = 21,7^m$$

По формуле пролицирующей способности $m_{\text{max}} = 2,1 + 5 \lg D_{\text{тел}}$

можно определить, что $\lg D \approx 4 \Rightarrow$ диаметр инструмента, в

котором наблюдают мушкет, порядка 10 метров.

Ответ: около ~~21,7~~ 21,7^m при диаметре телескопа порядка 10 м.

Задача 2

Т.к. угол на который отклонится звезда, которая

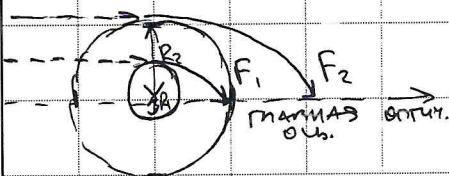
будет вынута ~~из~~ на краю диска звезды, будет зависеть

только от массы и расстояния до центра массы звезды, (т.е.

радиуса, т.к. звезда сферически симметрична), то при фиксиров.

массе этот угол будет уменьшаться при увеличении

радиуса. Объясним это рисунком:

При R_1 фокус ближе к звезде, чем при R_2 .

Связано также с тем, что

фокусное расстояние гравитационной звезды

$$M = \text{const}$$

$$R_1 < R_2; F_1 < F_2$$

$$F = \alpha \cdot R \cdot M^{-1} \text{ т.к. } F \sim M^{-1} \text{ по условию задачи.}$$

Теперь заметим, что при увеличении фокусного расстояния

угол будет уменьшаться \Rightarrow угол отклонения обратно пропорционален

расстоянию до центра звезды. Тогда заметим еще один:

$$\alpha R \cdot M^{-1} = \frac{206265}{1,75}. \text{ Примем углы в радианах из того, чтобы}$$

избавиться от тригонометрических функций угла.

Тогда коэффициент пропорциональности α равен:

$$\alpha = \frac{206265}{1,75''} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{7 \cdot 10^8 \text{ м}} = 3,3 \cdot 10^{26} \frac{\text{кг}}{\text{м}} \approx 3,3 \cdot 10^{26} \text{ кг}$$

Тогда общая формула будет иметь вид

$$F = 3,3 \cdot 10^{26} \frac{R}{M}, \text{ где } R - \text{в метрах, } M - \text{в килограммах, } F - \text{в метрах.}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } F = 3,3 \cdot 10^{26} \frac{R}{M}}$$

ЗАДАЧА 3 | ЛАБОРАТОРИАЯ ДЛИНА ВОЛНЫ $H\alpha$ СОСТАВЛЯЕТ

около 6565 \AA . Соответственно эта линия сместилась на 1335 \AA и по закону красного смещения:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}, \text{ где } v - \text{ скорость убегания, } c - \text{ скорость света.}$$

$$\text{Отсюда } v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1335}{6565} \approx 6,8 \cdot 10^7 \text{ км/с}$$

По закону Хаббла $v = H \cdot R$ где H - постоянная Хаббла, а

R - расстояние во объёма. Отсюда $R = 10^4 \text{ Мпк}$.

По ширине спектральной линии мы можем судить о расширении линии ВОРЮРОВА, вызванном вращением диска. Тогда из закона красного смещения (притом что крайняя граница линии $H\alpha$ соответствует отклонению

крас линии от центра с линией $H\alpha$ поперечные линии всей галактики) получим, что скорость вращения примерно ~~равна~~ РАВНА 365 км/с , что практически

в пять раз больше такой скорости влг Млчского пути из формулы I_0 космической скорости с учетом того, что галактики имеют похожую плотность, имеем

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \Rightarrow M_1 = 125 M_{\text{млч}} = 1,25 \cdot 10^{14} M_{\odot}. \text{ Т.е. галактика состоит}$$

примерно из $1,25 \cdot 10^{14}$ Солнц. Тогда по формуле Рогожина

$$M_0 - M_1 = 2,5 \lg \left(\frac{L_1}{L_0} \right) = 2,5 \lg (1,25 \cdot 10^{14}) \Rightarrow M_1 = 4,3 - 25 \text{ а } - 20^m$$

$$\text{Тогда } m = M - 5 + 5 \lg R_2 = -20 - 5 + 50 = 25^m$$

Ответ: примерно 25^m