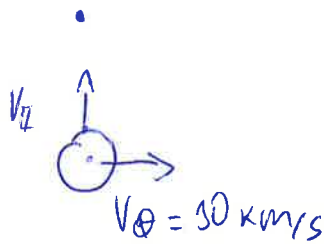
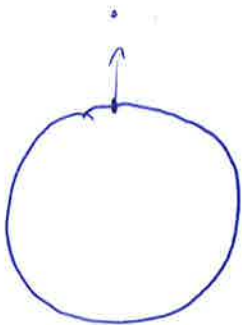


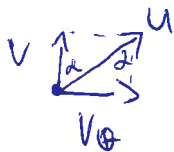
СФФ-11 XXXI Санкт-Петербургска олимпиада по астрономия

Теоретичен тур
4 февруари 2024

1.2.2.



Слънцето

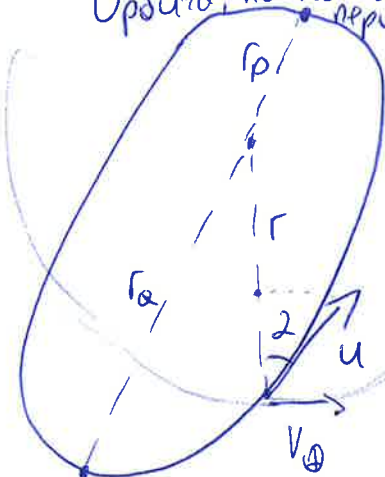


Осак хвърля кълбото със скорост v_0 , когато кълбото напусне правителствения път на Земята, тази скорост е v , но кълбото се движи и от движението на Земята $\rightarrow v_\oplus$

u - крайна скорост спрямо Слънцето
 m - маса на кълбото

Цел: кълбото да стигне Слънцето

Орбита, по която ще полетим кълбото:



u' - скорост на кълбото когато е в перихелий
 r - разст., когато кълбото е напуснало пътя на Земята



Искаме $r_p = R_\odot$

Закон за запазване на момента на импулса

$$m \cdot u \cdot r \cdot \sin \alpha = m \cdot u' \cdot R_\odot \cdot \sin \alpha'$$

$$m \cdot v_\oplus \cdot r = m \cdot u' \cdot R_\odot \quad v_\oplus \cdot r = u' \cdot R_\odot$$

Содр-11

рез. Умова:

$$V_{\oplus} \cdot r = u' R_{\oplus}$$

$$r \approx 1 \text{ au}$$

$$V_{\oplus} \cdot r = u' \cdot R_{\oplus}$$

$$30 \text{ km/s} \cdot 1 \text{ au} = u' \cdot \frac{1}{200} \text{ au}$$

$$u' = 30 \text{ km/s} \cdot 200 = 600 \text{ km/s}$$

Избегната скорост е $> 11,2 \text{ km/s}$

$$\frac{m v_{\infty}^2}{2} - \frac{GMm}{R_{\oplus}} = \frac{m v^2}{2} - \frac{GMm}{r_{\infty}} = 0$$

$$v_{11} = \sqrt{\frac{2GM}{R_{\oplus}}} = 11,2 \text{ km/s}$$

Ако извършим така:



→ Телото ще продължи да се движи така

или

$$\frac{m u'^2}{2} = GM$$

$$\frac{m u'^2}{2} - \frac{GM_{\oplus} \cdot m}{r_p} = \frac{m u^2}{2} - \frac{GM_{\oplus} m}{r}$$

$$u'^2 - \frac{2GM_{\oplus}}{r_p} = u^2 - \frac{2GM_{\oplus}}{r}$$

$$u'^2 - u^2 = \frac{2GM_{\oplus}}{r_p} - \frac{2GM_{\oplus}}{r} = 2GM_{\oplus} \left(\frac{1}{200 \text{ au}} - \frac{1}{1 \text{ au}} \right) = 2GM_{\oplus} \frac{200 - 1}{200 \text{ au}}$$

$$u'^2 - u^2 = 2 \cdot 667 \cdot 10^{21} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot \frac{200}{149600000000} = 26 \cdot 10^{15} \cdot \frac{200}{150} = 72 \cdot 10^{15} = 7,2 \cdot 10^{16}$$

$$u' = 600000^2 = 3,6 \cdot 10^{11}$$

$$u'^2 = 3,6 \cdot 10^{11} = 3,6 \cdot 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$= 10^{10}$$

$$u = 100 \text{ km/s}$$

$$\approx 3,5 \cdot 10^{11}$$

$$8 \cdot 10^{15} = 7,2 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Соп¹¹ $\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} = \frac{m \cdot 100^2}{2} - \frac{GMm}{r_0}$ Ударбаѝки от
радиуса чуро на Земца

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GM_{\oplus}}{R} = \frac{100000^2}{2}$$

$$v^2 - 2 \cdot 11,2^2 = 100^2 \text{ km/s}$$

$$v^2 = 120 + 100000^2$$

~~$v \approx 45 \text{ km/s}$ предко га е тази скорост~~

$$v \approx 100 \text{ km/s}$$

Содр 11

2 гора \rightarrow Углубление

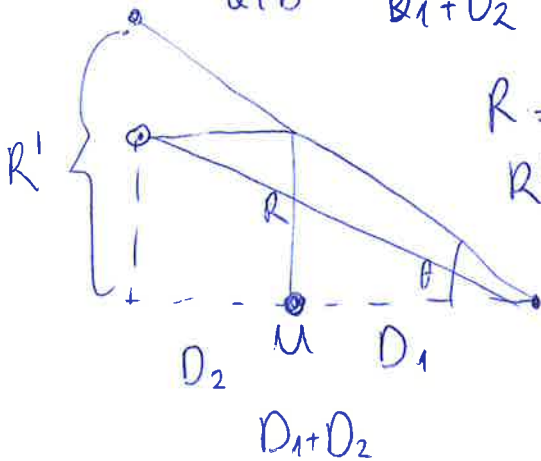


$$\theta = \frac{4GM}{Rc^2}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{a+b}{ab}$$

$$f = \frac{ab}{a+b} = \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2}$$



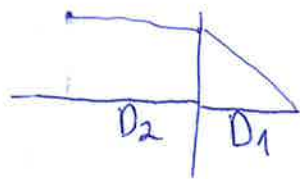
$$R = \text{tg} \theta \cdot D_1$$

$$R' = \text{tg} \theta \cdot (D_1 + D_2)$$

$$f = \frac{R}{\text{tg} \theta} \cdot \frac{R'}{\text{tg} \theta} = \frac{R \cdot R'}{\text{tg} \theta (R + R')}$$

$$= \frac{R \cdot R'}{\text{tg} \theta (R + R')} = \frac{R \cdot R'}{\text{tg} \frac{4GM}{Rc^2} \cdot (R + R')}$$

$$R + R' \approx 2R$$



$$f = \frac{R^2}{\text{tg} \frac{4GM}{Rc^2} \cdot 2R} = \frac{R}{2 \text{tg} \frac{4GM}{Rc^2}}$$

Содр-11

3 год. Ик:

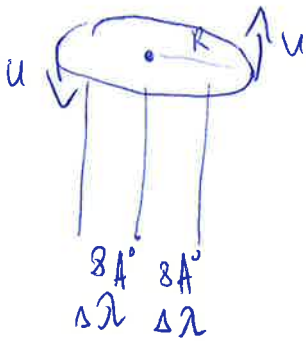
$$\lambda_0 = 6563 \text{ \AA}$$

$$\lambda = 7800 \text{ \AA}$$

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{7800 - 6563}{6563} = \frac{1237}{6563} = 0,2$$

$$v = H \cdot r$$

$$r = \frac{v}{H} = \frac{0,2 c}{H} = \frac{0,2 \cdot 300\,000}{70} = 0,2 \cdot 4286 = 857,2 \text{ Мрс}$$



Крайните точки на галактиката се въртят със скорост v .
разстояние до галактиката

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{8}{6563}$$

$$v = \frac{8}{6563} \cdot 300\,000 = 8,46 = 168 \text{ км/с}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

(Маса на Мелкият път: $1,15 \cdot 10^{12} M_{\odot} = 1,15 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 2,3 \cdot 10^{42} \text{ kg}$)

Иска за R на галактиката приемем R на мелкият път

$$R = 50\,000 \text{ ly} = 50\,000 \cdot 10^{16} \text{ m} = 5 \cdot 10^{20} \text{ m}$$

$$v^2 = \frac{GM}{R}$$

$$M = \frac{v^2 \cdot R}{G} = \frac{168\,000^2 \cdot 5 \cdot 10^{20}}{6,67 \cdot 10^{-11}} = \frac{1,4 \cdot 10^{11} \cdot 5 \cdot 10^{20}}{6,67 \cdot 10^{-11}} = \frac{1,4 \cdot 5}{6,67} \cdot 10^{42} \text{ kg} = \frac{7}{6,67} \cdot 10^{42} \text{ kg}$$

$$\approx 10^{42} \text{ kg}$$

$$\frac{10^{42}}{2 \cdot 10^{30}} = \frac{10^{12}}{2} = 5 \cdot 10^{11} \text{ звезди като Слънцето в тази галактика}$$

Содр-11

звезд. Абсолютно жв. вел на Слънцето $M_0 = +4,7^{mag}$

Зървена отливка на 857,2 Mpc

По принцип: $v_1 = H r_1$
 $v_2 = H r_2$

Едно и също тело, но на разстояние r_1 и r_2 от нас

$$\frac{v_2}{c} = \frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_1}$$

$$\lambda_2 = \left(1 + \frac{v_2}{c}\right) \cdot \lambda_1$$

$$E_1 = h \nu_1 = h \frac{c}{\lambda_1}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 + \frac{v_2}{c}$$

$$E_2 = h \frac{c}{\lambda_2}$$

$$\Delta m = 2,5 \lg \frac{E_1}{E_2} = 2,5 \lg \left(1 + \frac{v_2}{c}\right)$$

За нашата звезда:

~~$\Delta m = 2,5 \lg$~~

$$\Delta m = 2,5 \lg \left(1 + \frac{v}{c}\right) = 2,5 \lg 1,2$$

$$\lg 1,2 = ?$$

малко 0 и 1

$$\lg 1,2 = \lg \frac{12}{10} = \lg 12 + \lg 10^{-1} = \lg 12 - 1 = \lg 3 + \lg 4 - 1 = 0,4771 + 0,6020 - 1 =$$

$$= 1,0791 - 1 = 0,0791 \approx 0,08$$

$$\Delta m = 2,5 \cdot 0,08 = 0,2$$

\Rightarrow Фиктивното M ще е: $M_0 + 0,2 = M$

\bullet Δm на галактиката, гледано от нас и от 10 pc $M = +4,9^{mag}$ заради покриването

$$2,5 \lg 5 \cdot 10^{11} = 2,5 (0,7 + 11) = 2,5 \cdot 11,7 = 29,25$$

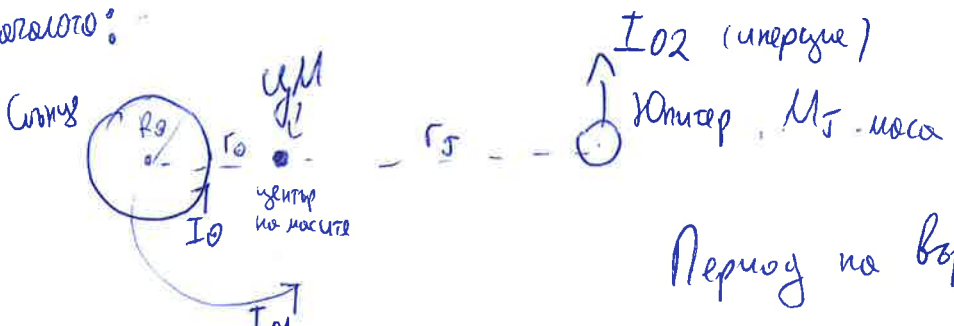
$\Rightarrow M_r = +4,9 - 29,25 = -24,35^{mag}$ абсолютна жв. вел на галактиката

$$\left(\frac{857,2 \text{ Mpc}}{10 \text{ pc}}\right)^2 = \left(\frac{1000 \cdot 10^6}{10}\right)^2 = (100 \cdot 10^6)^2 = (10^8)^2 = 10^{16}$$
 пъти по-дала ще е галактиката, гледано от нас

$$m_r = -24,35 + 2,5 \lg 10^{16} = -24,35 + 2,5 \cdot 16 = -24,35 + 40 = 15,65^{mag}$$
 е видимата жв. вел. 6

Сорб-11
 Изход Зонажа се мента на шпуца:

В началото:



Период на въртене сета: 26d

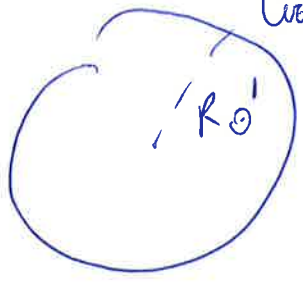
На въртене се около оста си Слънце

$$I_{\odot} = \frac{2}{5} M_{\odot} R_{\odot}^2$$

На Слънето около центъра на масите: $I_{\odot 1} = M_{\odot} r_{\odot}^2$

На Юпитер около центъра на масите: $I_{J2} = M_J \cdot r_J^2$

Накрая:



Съединява масата на Юпитер

$$I_{\odot'} = \frac{2}{5} M_{\odot'} \cdot R_{\odot'}^2$$

- ω_{\odot} - първоначална ъглова скорост на въртене на Слънето
- $\omega_{\odot 1}$ - първоначална ъгл. ск. на орбитурата около Слънето
- $\omega_{\odot 2}$ - първоначална ъгл. ск. на орбитурата на Юпитер около Слънето
- $\omega_{\odot'}$ - крайна ъглова ск. на въртене на Слънето

$$I_{\odot} \omega_{\odot} + I_{\odot 1} \omega_{\odot 1} + I_{\odot 2} \omega_{\odot 2} = I_{\odot'} \cdot \omega_{\odot'} \quad (\text{превръщане})$$

$$I_{\odot} \omega_{\odot} + I_{\odot 2} \cdot \omega_{\odot 2} + I_{\odot 1} \cdot \omega_{\odot 1} = I_{\odot'} \cdot \omega_{\odot'}$$

$$\frac{2}{5} M_{\odot} R_{\odot}^2 \cdot \frac{2\pi}{26d} + M_{\odot} \cdot r_{\odot}^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} + M_J \cdot r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} = \frac{2}{5} (M_{\odot} + M_J) \cdot R_{\odot'}^2 \cdot \omega_{\odot'}$$

$$\frac{2}{5} M_{\odot} R_{\odot}^2 \cdot \frac{2\pi}{26d} - \frac{2}{5} M_{\odot} R_{\odot}^2 \cdot \omega_{\odot'} = - \left(M_{\odot} \cdot r_{\odot}^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} + M_J \cdot r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} \right)$$

$$\frac{2}{5} M_{\odot} R_{\odot}^2 \left(\omega_{\odot'} - \frac{2\pi}{26d} \right) = M_{\odot} r_{\odot}^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} + M_J \cdot r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y}$$

Сод-н $\omega_0' = \omega_0 - \Delta\omega$

ω_0'

$$\frac{2}{5} M_0 R_0^2 \cdot \Delta\omega = M_0 r_0^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} + M_J \cdot r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} \quad | : M_J$$

$$\frac{2}{5} 1000 \cdot R_0^2 \Delta\omega = 1000 \cdot r_0^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} + r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} \quad M_J = \frac{1}{1000} M_0$$

$$\frac{2}{5} 1000 \cdot R_0^2 \cdot \Delta\omega = 1000 \cdot \frac{1}{1000^2} r_J^2 \frac{2\pi}{12y} + r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} \quad r_J = 1000 r_0$$

$$\frac{2}{5} \cdot 1000 \cdot R_0^2 \cdot \Delta\omega = \frac{1}{1000} r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} + r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y}$$

пренебрежимо

$$\frac{2}{5} \cdot 1000 \cdot R_0^2 \cdot \Delta\omega = r_J^2 \cdot \frac{2\pi}{12y} \quad | : R_0^2$$

$$R_0 = \frac{1}{200} \text{ au}$$

$$r_J = 5,2 \text{ au}$$

$$\frac{r_J}{R_0} = \frac{5,2}{200} = 5,2 \cdot 200 = 1040$$

$$\frac{2}{5} \cdot 1000 \cdot \Delta\omega = (1040)^2 \cdot \frac{2\pi}{12y}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \Delta\omega = 1000 \cdot \frac{2\pi}{12y}$$

$$\Delta\omega = 1000 \cdot \frac{2\pi}{12y} \cdot \frac{5}{2}$$

$$\omega_0' - \omega_0 = 2500 \cdot \frac{2\pi}{12y} = 2500 \cdot \frac{2\pi}{12 \cdot 100000000 \text{ s}} = \frac{2500 \cdot 6,28}{42 \cdot 100000000} = \frac{1250}{100000000} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$\frac{2\pi}{T'} - \frac{2\pi}{T} = 4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad 2\pi \left(\frac{T - T'}{T^2} \right) = 4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Delta T = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{2\pi} \cdot (2686400)^2 = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{2\pi} \cdot (2,2 \cdot 10^6)^2 = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{2\pi} \cdot 5 \cdot 10^{12} = 3 \cdot 10^7 \text{ s}$$

Соп-11 $T = 26 \cdot 86400 = 2246400 \text{ s}$

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{2246400} = 2,8 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{2\pi}{T'} = 4 \cdot 10^{-5} + 2,8 \cdot 10^{-6} \approx 4 \cdot 10^{-5}$$

$$T' = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-5}} = \frac{6,28}{4 \cdot 10^{-5}} = 10^5 \cdot 1,65 \approx 2 \text{ d} \quad \text{небываемо}$$

Содр-11

5 год. Визуална звезда го 6^m → 6000

Визуална от 1 точка → 3000

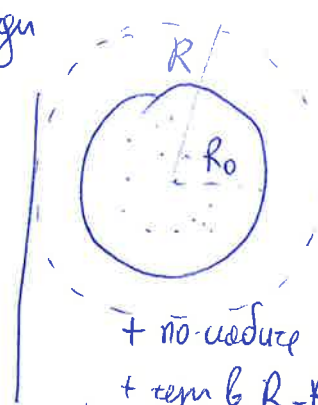
Тој број: 300 615 205 ≈ 3000 · 10⁵ звезди

Тој број $\frac{3000 \cdot 10^5}{3000} = 10^5$ небесе звезди

$$\left(\frac{D_{\text{teleskop}}}{D_{\text{oko}}}\right)^2 = 10^5$$

$$\frac{D_{\text{teleskop}}}{D_{\text{oko}}} = \sqrt{10^5} = 100 \cdot 3 = 300$$

$$(D_{\text{teleskop}} = 300 \cdot 6 \text{ mm} = 1800 \text{ mm} = 1,8 \text{ m} - \text{не})$$



+ по-убави в R_0 , како е
 + тешко в $R - R_0$, како не е
 ↓
 иако не е визуална са
 мин $m=6$

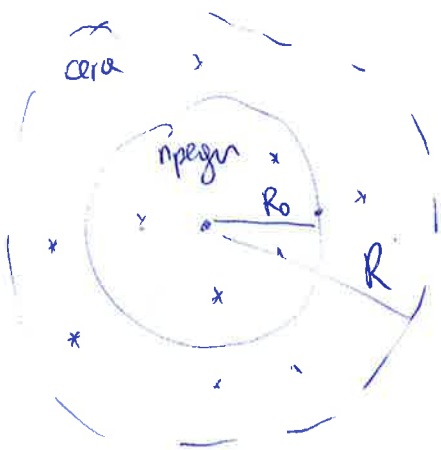
$$6 = M + 5 - 5 \lg R$$

$$m = M + 5 - 5 \lg r$$

$m = 7,5 + 5 \lg D$ - максимална зв. како може да набљудова

$$7,5 + 5 \lg D = M + 5 - 5 \lg r$$

$$2,5 + 5 \lg D = M - 5 \lg r$$



$$\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 = 10^5 = 10^3 \cdot 100$$

$$\frac{R}{R_0} = 10 \cdot 4,5 = 45$$

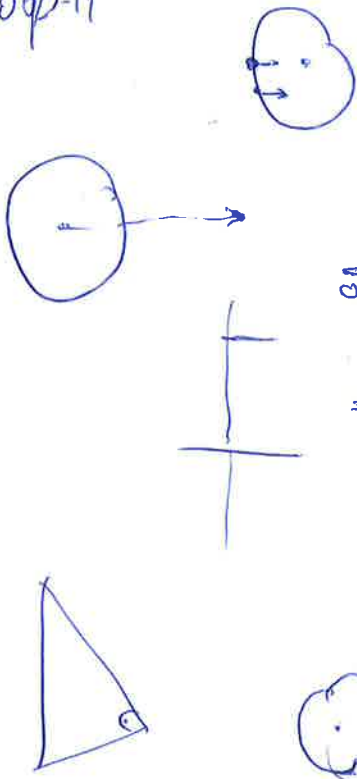
но тој број и по-убави, како са в R_0 ,
 како опорава, те $R < 45 R_0$

$$m_{\text{min}} = M + 5 - 5 \lg R_0$$

$m_{\text{min}} = 7,5 + 5 \lg D$ максимална зв. како може да набљудова

$$\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 \cdot \left(\frac{D_{\text{teleskop}}}{D_{\text{oko}}}\right)^2 = 10^5$$

Coop-11



$$V_0^2 - V_{11}^2 = V^2$$

$$V_0^2 - V_{11}^2 = V^2$$

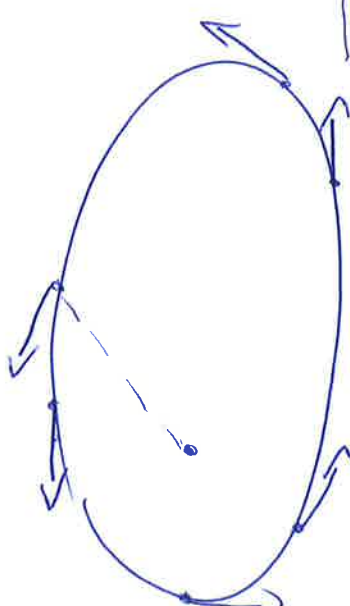
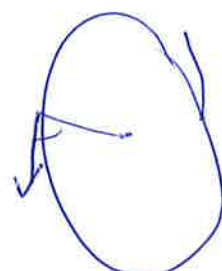
$$V_0^2 - \frac{2GM}{R} = V^2$$

$$mV_0^2 - \frac{2GMm}{R} = mV^2$$

$$\frac{mV_0^2}{2} - \frac{GMm}{R} = \frac{mV^2}{2}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} - \frac{GMm}{R} = \frac{mV^2}{2} - \frac{GMm}{R}$$

u.s. u's
2015. u's



$$1 - \Delta w$$

$$(w - \Delta w)^2 - w^2 =$$

$$\frac{11,7,2,5}{585}$$

$$\frac{294}{2925}$$

$$GM \frac{G^{\frac{4}{3}} \pi R^3 \rho}{R}$$

$$m = M + 56g$$

$$M = 75 + 56g$$

$$\frac{12,5 \cdot 7,7}{175}$$

$$\frac{1025}{c} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

$$\frac{7900}{6563}$$

$$1337$$

$$\frac{6563 \cdot 2}{6}$$

$$\lambda = 6563$$

$$\frac{1337}{6563}$$

$$8 \cdot 6563$$

$$1337; 6563 = 2,3$$

$$13126$$

$$\frac{24100}{19688}$$

$$4711$$

$$168 \cdot 368$$

$$V = 0,2 c$$

$$370 \cdot 370 = 1,369 \cdot 10^{576}$$

$$= 1,369 \cdot 10^{11} \cdot 4,6659$$

$$100000 : 6563 = 45,71$$

$$295135$$



26

86400 26

- 5184

1728

(2246400)²

2246400. 2246400

89856

134784

89856

44928

44928