

① $K = \frac{E}{\Omega}$

↑
наб. яркость

← освещ. от объекта

← телесный угол, под которым виден объект

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{L}{4\pi r_1^2} \cdot \frac{4\pi r_2^2}{L} \cdot \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$$

($L_1 = L_2$, т.к. лал. одинак.)

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$$

↑
падение освещ. за счет увеличения r

из-за эффекта Доплера из-за наличия скорости удаления (закон Хаббла), к нам приходят менее энергичные фотоны

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\pi R^2}{r_2^2} \cdot \frac{r_1^2}{\pi R^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \quad (R_1 = R_2, \text{ т.к. лал. одинаковые})$$

$$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$$

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} - 1 = \frac{\vartheta_0}{\vartheta_1} - 1 \Rightarrow \frac{\vartheta_1}{\vartheta_0} = \frac{1}{1+z_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{1+z_2}{1+z_1} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{1+z_2}{1+z_1} = \left(\frac{1}{4}\right)$$

2. для ШЗС с $\vec{r} = \text{const}$: ~~$\frac{F}{m} = -\frac{GM_{\text{Мен}}}{r^2}$~~

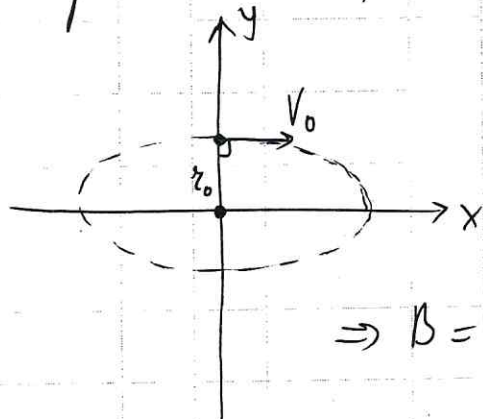
$$\vec{F} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM_{\text{Мен}}}{r^2} \quad \frac{F}{m} = -\frac{GM_{\text{Мен}}}{r^2} = -\frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{r^2} = -\frac{4}{3}\pi G \rho r$$

т.е. $\vec{r} = -\frac{4}{3}\pi G \rho \vec{r} \Leftrightarrow \ddot{\vec{r}} + \left(\frac{4}{3}\pi G \rho\right) \vec{r} = 0$ - ур. колебаний

спроецируем на оси: $\begin{cases} \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \\ \ddot{y} + \omega^2 y = 0 \end{cases} \leftarrow \text{траектория кеплеры эллипс, центр в центре ШЗС}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = A \sin \omega t \\ y = B \cos \omega t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = A \omega \cos \omega t \\ \dot{y} = -B \omega \sin \omega t \end{cases}, \text{ где } A \text{ и } B - \text{полуоси эллипса}$$

выберем оси так, что: $\vec{V}_0 \parallel \vec{e}_x$, $\vec{r}_0 \parallel \vec{e}_y$



тогда из нач. условий ($t=0$):

$$\begin{aligned} x=0=0 & \quad \dot{x}=A\omega=V_0 \\ y=B=r_0 & \quad \dot{y}=0=0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow B=r_0, \quad A=\frac{V_0}{\omega} = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho}}$$

$$r_{\text{min}} = B = r_0, \quad r_{\text{max}} = A = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho}} = V_0 \sqrt{\frac{R^3}{GM_{\text{Мен}}}}$$

$$r_{\text{max}} = 10 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{\frac{(20 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11})^{\frac{2}{3}}}{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 10^6}} =$$

$$= 10^4 \cdot \sqrt{\frac{6^3 \cdot 10^{17} \cdot 3}{2 \cdot 6,7 \cdot 10^{25}}} = 10^4 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 27}{6,7} \cdot 10^{26}} = 10^{17} \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot \frac{3}{6,7}} \approx$$

$$\approx 2\sqrt{3} \cdot 10^{17} \approx 3,8 \cdot 10^{17} \text{ м} \approx \frac{3,8 \cdot 10^{17}}{1,5 \cdot 10^{11}} \approx 2 \cdot 10^{16} \text{ а.е.} \approx \frac{2 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 10^5} \approx 10^6 \text{ нк}$$

т.к. движение по эллипсу происходит с постоянной ω , то $t_{\max}$ будет через $\frac{T}{4}$ после $t_{\min}$, где $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$t = \frac{2\pi \sqrt{R^3}}{4\sqrt{GM_{\text{ск}}}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R^3}{GM_{\text{ск}}}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{(20 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11})^3}{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 10^6}}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot 2,8 \cdot 10^{13} \approx 1,4 \pi \cdot 10^{13} \text{ с} = \frac{1,4 \pi \cdot 10^{13}}{\pi \cdot 10^7} \approx 1,4 \cdot 10^6 \text{ лет}$$

3. III з.к.: $\left(\frac{M}{M_0}\right) \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = \left(\frac{a}{a_0}\right)^3$

$$\rightarrow a = a_0 \sqrt[3]{\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 \cdot \frac{M}{M_0}} = 1 \text{ а.е.} \sqrt[3]{\left(\frac{66^2 \cdot 10^2}{\pi \cdot 10^7}\right)^2 \cdot \frac{7,5}{100}} =$$

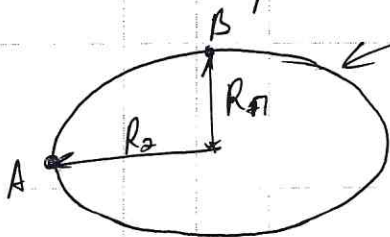
$$= 1 \text{ а.е.} \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 64}{10^{10}} \cdot \frac{7,5}{10^2}} = 1 \text{ а.е.} \cdot \frac{8}{10^4} \cdot \sqrt[3]{4 \cdot 7,5 \cdot 6} =$$

$$= 1 \text{ а.е.} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{2 \cdot 3,6}{10^4}\right)^2 \cdot \frac{7,5}{10^2}} = 1 \text{ а.е.} \sqrt[3]{\frac{7,2^2 \cdot 7,5}{10^8 \cdot 2 \cdot 10}} \approx 1 \text{ а.е.} \cdot \frac{7,2}{1000 \cdot 10^3} =$$

$$= 1,5 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{7,2}{10^3 \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{1,5 \cdot 7,2}{1,13} \cdot 10^{-5} \text{ км} = \frac{10,8}{13} \cdot 10^{-5} \approx 8 \cdot 10^{-5} \text{ км}$$

$a \sim 0,001 \text{ а.е.}$ — тесная система $\Rightarrow$ предположим приливный захват

$\Rightarrow T_{\text{ос}} = T_{\text{орб}}$, тогда:



$\varphi_A = \varphi_B$ (пов-ты экваториальные)

(т.к. $R_0 \ll a_n$, пренебрежем разностями часов. и вращ. пост. от $\star$)

$$\frac{GM}{R_n} = \frac{GM}{R_2} + \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 \frac{R_2^2}{2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{т.к. } \omega r = -\frac{d\varphi}{dz} \rightarrow \varphi(r) = \omega \frac{r^2}{2} \\ \text{вращ. пот.} \end{array} \right)$$

~~$$x = \frac{R_n}{R_2}, \quad \frac{R_n + R_2}{2} = R_0 \rightarrow R_2 = 2R_0 \cdot \frac{1}{x+1}, \quad R_n = 2R_0 \cdot \frac{x}{x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{GM}{2R_0} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{GM}{2R_0} \cdot (x+1) + \frac{2\pi}{T} \cdot 2R_0^2 \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{GM}{2R_0} (x+1) \left(\frac{1}{x} - 1\right) = \frac{2\pi}{T} \cdot 2R_0^2 \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^3 \cdot x}{(1-x)} = \frac{2\pi \cdot 2R_0^2 \cdot 2R_0}{T \cdot GM_0}$$~~

~~$$\frac{GM}{R_n} - \frac{GM}{R_2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R_2^2}{2}$$

$$\begin{cases} R_2 - R_n = \Delta R \\ R_2 + R_n = 2R_0 \end{cases}$$~~

~~$$GM \cdot \frac{\Delta R}{R_n R_2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R_2^2}{2}$$~~

~~$$GM \cdot \frac{\Delta R}{(R_0 - \frac{\Delta R}{2})(R_0 + \frac{\Delta R}{2})} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R_0^2 (1 + \frac{\Delta R}{2R_0})^2}{2}$$~~

~~$$GM \cdot \frac{\Delta R}{R_0^2 - \frac{\Delta R^2}{2}} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R_0^2}{2} \left(1 + \frac{\Delta R}{2R_0}\right)^2$$~~

~~$$\frac{GM}{R_0^2} \cdot \frac{\Delta R}{1 - \left(\frac{\Delta R}{2R_0}\right)^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R_0^2}{2} \left(1 + \frac{\Delta R}{2R_0}\right)^2$$~~

$\rightarrow 0$, т.к. второй порядок малости

$$X = \frac{\Delta R}{R_0} \Rightarrow \frac{GM}{R_0} \quad X \approx \frac{\pi}{T} R_0^2 (1+X)$$

$$\Rightarrow X = \frac{\pi R_0^2}{T \left(\frac{GM}{R_0} - \frac{\pi R_0^2}{T} \right)}$$

$$X = \frac{\Delta R}{R_0} \Rightarrow \frac{GM}{R_0} \cdot X \approx \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{R_0^2}{2} (1+X)$$

$$\Rightarrow X = \frac{\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{R_0^2}{2}}{\left(\frac{GM}{R_0} - \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{R_0^2}{2} \right)} = \frac{1}{\left(\frac{GM}{R_0} \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot \frac{2}{R_0^2} - 1 \right)}$$

$$X = \frac{1}{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6,4 \cdot 10^6)^3} \cdot \left(\frac{6^3 \cdot 10^2}{2\pi} \right)^2 \cdot 2 - 1}$$

$$\approx \frac{6,7 \cdot 6 \cdot 10^{-11+24}}{6,4^3} \cdot \frac{10^{11} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{24} \cdot 10^4}{10^{18}} \approx 6^3 \cdot 2$$

$$X = \frac{1}{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6,4 \cdot 10^6)^3} \cdot \left(\frac{6^3 \cdot 10^2}{2\pi} \right)^2 \cdot 2 - 1} = \frac{1}{\frac{6,7 \cdot 6 \cdot 10^{-11+24}}{6,4^3} \cdot \frac{10^{11} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{24} \cdot 10^4}{10^{18}} - 1}$$

$$\approx \frac{1}{6^3 \cdot 2 \cdot 10^{-1} - 1} = \frac{1}{43,2 - 1} \approx \frac{1}{42}$$

$$\frac{\Delta R}{R_0} \approx \frac{1}{42} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0 + \frac{\Delta R}{2}}{R_0 + \frac{\Delta R}{2}} = \frac{1 - \frac{x}{2}}{1 + \frac{x}{2}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 - \frac{1}{84}}{1 + \frac{1}{84}} = \frac{84-1}{84+1} = \frac{83}{85}$$

⑤ Для св. тела, вращ. с Ω , $J = I\Omega$

$$E_{\star} = \frac{I\Omega^2}{2} + E_k = \frac{J\Omega}{2} + E_k \leftarrow \text{энергия колебаний}$$

$$\dot{E}_{\star} = \left(\frac{J\dot{\Omega}}{2} \right) + \dot{E}_k = \frac{\omega}{m} \dot{J}$$

$$\frac{\dot{J}\Omega}{2} + \cancel{\frac{J\dot{\Omega}}{2}} + \dot{E}_k = \frac{\omega}{m} \dot{J} \quad \left(\begin{array}{l} \text{будем считать, что } \Omega = \text{const,} \\ \text{тем более что ЗСМ} \\ \text{явно не работает} \end{array} \right)$$

$$\dot{E}_k \geq 0 \Rightarrow \frac{\omega}{m} \dot{J} - \frac{\dot{J}\Omega}{2} \geq 0$$

Т.к. кинетическая энергия увеличивается

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega}{m} - \frac{\Omega}{2} \geq 0} \quad - \text{условие расщепления колебаний}$$

