

Задача №1

Радиус Галактики $R_{\Gamma} \approx 16 \text{ кпк} \Rightarrow$ звезда находится на краю диска. В Галактике $\sim 10^{11}$ звезд, масса каждой звезды порядка Солнечной, т.е. 10^{30} кг . Звезды в Галактике распределены неравномерно и их основное количество находится в ядре (центре) Галактики. А так как звезда находится на краю Галактики, можно считать, ~~что~~ что вся масса Галактики сосредоточена в центре.

Масса Галактики: $M_{\Gamma} \approx 10^{11} \cdot 10^{30} \text{ кг} = 10^{41} \text{ кг}$

По ~~з~~³ закону Кеплера:

$$\frac{T^2}{4\pi} = \frac{R_{\Gamma}^3}{G M_{\Gamma}}$$

T - период обращения звезды вокруг центра Галактики

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R_{\Gamma}^3}{G M_{\Gamma}}}$$

$$T \approx 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(16 \cdot 10^3 \text{ пк})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{41} \text{ кг}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(16 \cdot 10^3 \cdot 206265 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ м})^3}{6,67 \cdot 10^{30}}} \approx$$

$$\approx 6,28 \cdot \sqrt{\frac{(32 \cdot 10^8 \cdot 1,5 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{30}}} = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{48 \cdot 10^{19}}{6,67 \cdot 10^{30}}} \approx$$

$$\approx 6,28 \cdot \sqrt{\frac{50^3 \cdot 10^{57}}{6,67 \cdot 10^{30}}} = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{125 \cdot 10^3}{6,67} \cdot 10^{27}} =$$

$$= 6,28 \cdot \sqrt{\frac{125}{7}} \cdot 10^{15} = 6,28 \cdot \sqrt{17,857} \cdot 10^{15} \approx 6,28 \cdot 4,2 \cdot 10^{15} =$$

$$= 26,4 \cdot 10^{15} \text{ с} \approx \frac{26,4 \cdot 10^{15}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ лет} \approx \underline{8 \cdot 10^9 \text{ лет}}$$

Задача №2

Поскольку как спутник запускается с поверхности планеты, ~~то~~ ~~его~~ скорость вращения планеты не влияет на его стартовую скорость.

Поскольку прибавка к скорости — касательная к орбите, то вся ~~скорость~~ прибавка к скорости идет на увеличение орбитальной скорости и при этом периметрическое расстояние не меняется (при переходе с круговой орбиты на параболическую точка перехода — периметр параболы).

Чтобы запустить спутник по параболе с поверхности планеты (с поверхности) нужно запустить его со второй космической скоростью, т.е. $V_{\text{старт}} = \sqrt{\frac{2GM_p}{R_p}}$, где M_p — масса планеты; R_p — ее радиус.

Чтобы перевести спутник с круговой орбиты на параболическую, нужно придать ему добавку к скорости $\Delta V = \sqrt{\frac{GM_p}{r}} \cdot (\sqrt{2} - 1)$, где r — радиус круговой орбиты (добавка к скорости равна разнице первой и второй космических скоростей).

При этом по ~~условию~~ условию:

$$V_{\text{старт}} = 5 \Delta V$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{GM_p}{R_p}} = 5 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot \sqrt{\frac{GM_p}{r}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{R_0}} = \cancel{5(\sqrt{2}-1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\sqrt{\frac{r}{R_0}} = \frac{5(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{r}{R_0} = \frac{25 \cdot (\sqrt{2}-1)^2}{2}$$

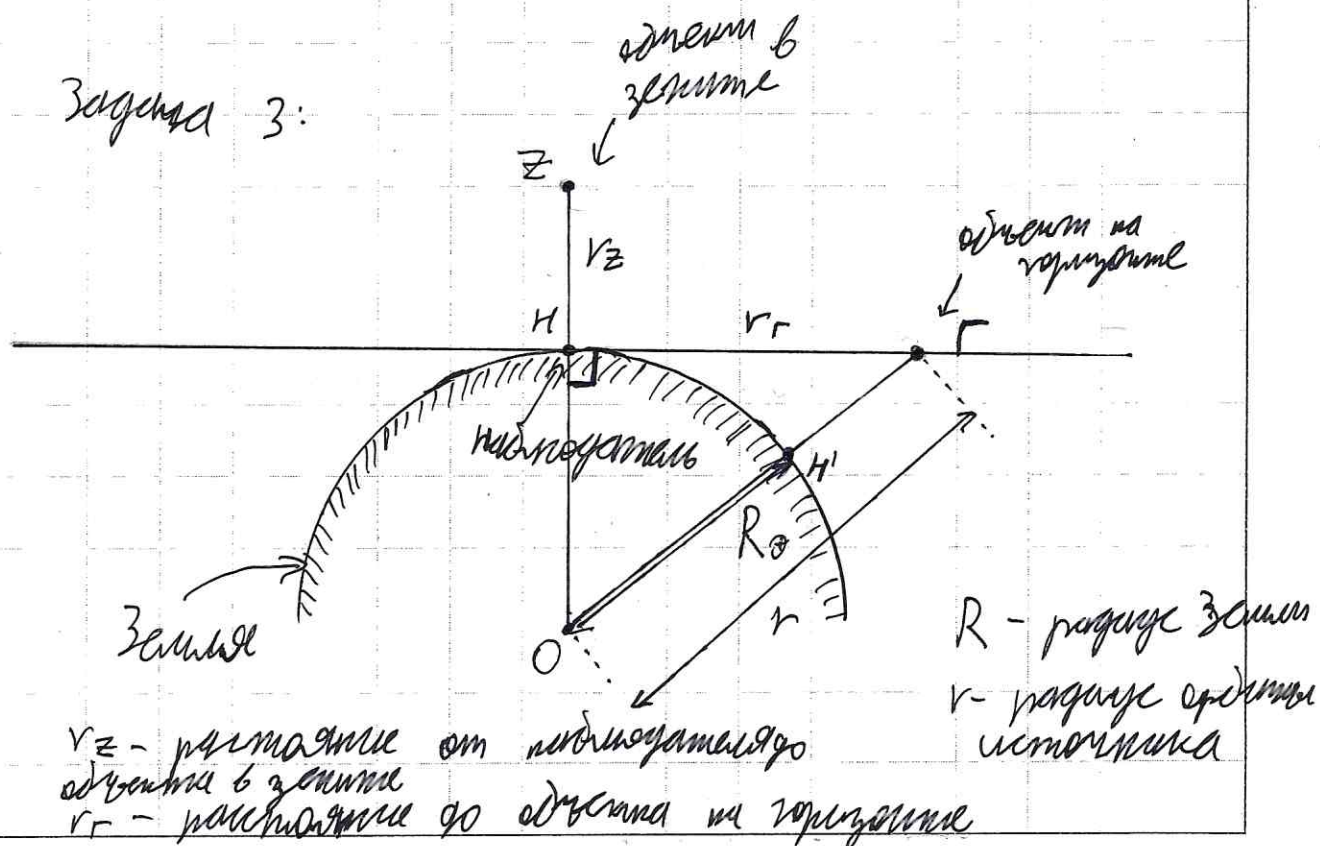
$$\frac{r}{R_0} = \frac{25 \cdot (2 - 2\sqrt{2} + 1)}{2}$$

$$\frac{r}{R_0} = 25 \cdot (1 - \sqrt{2} + 0,5) \quad \sqrt{2} \approx 1,4$$

$$\frac{r}{R_0} = 25 - 35 + 12,5 = -10 + 12,5 = 2,5$$

★ ОТВЕТ: $\frac{r}{R_0} = 2,5$

Задача 3:



Наиболее сильно ~~на~~ зв. величина источника
меняется из-за разницы ~~материальных~~
~~материальных~~ (в земстве) и ~~материальных~~
расстояний до источника в земстве и
на ~~горизонте~~ горизонте (отдельными эффектами
такими как погашение света атмосферой
можно пренебречь из-за их малой вклада)

Рассмотрим $\triangle OНГ$ (центр Земли - наблюдатель -
горизонт):

$$ОН = R_{\oplus}$$

$$НГ = r_r$$

Отрезок $ОГ$ перпендикулярен поверхности
Земли в точке $Н'$. Так как Землю
можно считать шаром, то $Н'Г = Н'З = r_z$,

а значит:

$$ОГ = R_{\oplus} + r_z (= r)$$

~~из разницы световых величин~~

$$m_z - m_r = -2.5 \lg \left(\frac{E_z}{E_r} \right) \text{ - формула Пойсона}$$

m_z - зв. величина в земстве; m_r - на горизонте
 E_z - освещенность от объекта в земстве; E_r - на горизонте.

Поскольку это η один и тот же объект, то его
светимость постоянна $L = \text{const}$

$$E_z = \frac{L}{4\pi r_z^2}; \quad E_r = \frac{L}{4\pi r_r^2}$$

$$m_z - m_r = -2.5 \lg \left(\frac{r_r^2}{r_z^2} \right) = -5 \lg \left(\frac{r_r}{r_z} \right)$$

$$\frac{r_z}{r_r} = 10^{\frac{m_z - m_r}{5}}$$

по теореме Пифагора в $\triangle OHR$:

$$OR^2 = OH^2 + HR^2$$

$$(R_\oplus + r_z)^2 = R_\oplus^2 + r_r^2$$

$$r_r^2 = (R_\oplus + r_z)^2 - R_\oplus^2$$

$$r_r^2 = R_\oplus^2 + 2R_\oplus r_z - R_\oplus^2 + r_z^2 = 2R_\oplus r_z + r_z^2 =$$

$$= r_z (2R_\oplus + r_z)$$

$$\frac{r_z}{\sqrt{r_z(2R_\oplus + r_z)}} = 10^{\frac{m_z - m_r}{5}}$$

$$\frac{\sqrt{r_z}}{\sqrt{2R_\oplus + r_z}} = 10^{\frac{m_z - m_r}{5}}$$

$$r_z = \left(10^{\frac{m_z - m_r}{5}}\right)^2 \cdot (2R_\oplus + r_z)$$

$$r_z = 10^{\frac{m_z - m_r}{2.5}} \cdot 2R_\oplus + 10^{\frac{m_z - m_r}{2.5}} r_z$$

$$r_z = \frac{10^{\frac{m_z - m_r}{2.5}} \cdot 2R_\oplus}{1 - 10^{\frac{m_z - m_r}{2.5}}}$$

$$10^{\frac{m_z - m_r}{2.5}} = 10^{\frac{-11}{2.5}} = 10^{-4.4} \approx 10^{-4} = 0,0001$$

$$1 - 10^{\frac{m_z - m_r}{2.5}} = 1 - 10^{-4.4} \approx 1; R_\oplus = 6370 \text{ км}$$

$$r_z \approx 6370 \text{ км} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 12740 \cdot 10^{-4} \text{ км} \approx 1,3 \text{ км}$$

— высота объекта над поверхностью Земли

~~высота~~
~~наблюдения~~
~~объекта~~
~~над~~
~~поверхностью~~
~~Земли~~

Задача 5

$N_1 = 10^3$ - количество звезд ($\odot^m$) в первой скоплении (ракаштан)

~~mm~~ $N_2 = 10^6$ количество звезд ($\odot^m$) во втором скоплении (требовал)

~~mm~~ $M_0 \approx 4,7^m$

Сначала найдем ~~абсолютную~~ абсолютную звезду величину каждого скопления:

$$M_1 = 0^m - 2,5 \lg(N_1) = -2,5 \cdot 3 = -7,5^m$$

$$M_2 = ~~mm~~ M_0 - 2,5 \lg(N_2) = 4,7 - 2,5 \cdot 6 = \\ = 4,7 - 15 = -10,3^m$$

Полти из условия:

$m_1 - m_2 = 10^m$ - разница величин звездных величин скопления

$m = M - 5 + 5 \lg(r)$ - ~~для~~ для своей величины и абсолютной звездных величин через расстояние r до объекта

$$m_1 - m_2 = M_1 - 5 + 5 \lg(r_1) - M_2 + 5 - 5 \lg(r_2) =$$

$$= M_1 - M_2 + 5 \lg\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = 10$$

$$5 \lg\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = 10 - M_1 + M_2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 10^{\frac{10 - M_1 + M_2}{5}} = 10^{\frac{10 + 7,5 - 10,3}{5}} =$$

$$= 10^{\frac{7.2}{5}} = 10^{1.44} \approx 10^{1.5} = 10\sqrt{30} \approx 30$$

~~Поскольку как расстояния до скоплений
оцениваются достаточно плохо (в 30 раз),
то эти они ~~не~~ не могут находиться
в другой r~~

$$r_2 = \frac{r_1}{30}, \text{ где } r_1 - \text{расстояние до ближайшего скопления}$$

r_2 - расстояние до мирового скопления

Максимальное расстояние до ~~ближайшего~~ ^{какой-либо} скопления — расстояние до ~~ближайшей~~ ^{какой-либо} карликовой галактики (где это возможно), являющейся спутником нашей Галактики.

$$\text{Т.е. } r_1 \approx 60 \text{ кпк, а } r_2 \approx \frac{50000 \text{ пк}}{30} =$$

$$= 2000 \text{ пк} = \underline{2 \text{ кпк}} - \text{максимальное расстояние до мирового скопления.}$$

Задача 4

На современном этапе эволюции Вселенной излучают, теряя массу, звезды та черная дыра, эффективная температура которой больше температуры реликтового излучения.

~~Вопрос~~

Если ^{эфф.} температуры черной дыры будет меньше температуры реликтового излучения, то дыра будет излучать ~~меньше~~ ~~энергии~~ ~~чем~~ ~~реликтовое~~ излучение с меньшей энергией, чем ~~реликтовое~~ ~~излучение~~. ~~Из-за этого дыра~~
 В таком случае её масса будет непрерывно возрастать.

$T_p \approx 3 \text{ K}$ — ^{эфф.} температура реликтового излучения

За radius черной дыры можно принять такое расстояние от её центра, где ~~св.~~ вторая космическая скорость ~~равна~~ равна скорости света, т.е.:

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}} = c \Rightarrow R = \frac{2GM}{c^2}$$

А мощность черной дыры ξ пропорциональна $\frac{M}{R^3}$, ~~т.е.~~ так как $R \sim M$, значит $\xi \sim M^{-2}$,

т.е. чем больше масса черной дыры, тем меньше её плотность. А значит минимальная мощность у черной дыры будет при её минимальной массе.

Из формулы $T = 10^{-7} \frac{M_\odot}{M} \text{ K}$ выразим M через T

$$M = 10^{-7} \frac{M_{\odot}}{T} K$$

Масса будет максимальной, когда температура минимальна, т.е. $T = T_p = 3K$

$$M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

$$K \approx 10^{-23} \text{ (нормальная Планковская)}$$

$$M = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{3K} \cdot 10^{-23} =$$

$$M = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{3K} = \frac{2}{3} \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

Случай коэффициент K .

Стандартная черная дыра имеет массу $3 M_{\odot}$ и излучает в рентгеновской области ($2 \times 10^{-9} \text{ м}$). Значит её температура

$$T = \frac{0,00029}{\lambda} = \frac{0,00029}{10^{-9} \text{ м}} = 0,00029 \cdot 10^9 = 2,9 \cdot 10^{-5} \cdot 10^9 \approx$$

$$\approx 3 \cdot 10^6 \text{ К по закону Стефана-Больцмана}$$

$$K = \frac{T \cdot 3 M_{\odot}}{10^{-7} \cdot M_{\odot}} = \frac{3 \cdot 10^6 \cdot 3}{10^{-7}} = 9 \cdot 10^{13} \approx 10^{14}$$

Теперь найдём максимальную массу черной дыры:

$$M = 10^{-7} \cdot \frac{M_{\odot}}{3K} \cdot 10^{14} = \frac{1}{3} M_{\odot} 10^7 = \frac{2}{3} \cdot 10^{37} \text{ кг}$$

$$R = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{3} \cdot 10^{37}}{9 \cdot 10^{16}} \approx \frac{4,7}{27} \cdot 10^{10} \text{ м} =$$

$$= \frac{28}{27} \cdot 10^{10} \text{ м} \approx 10^{10} \text{ м}$$

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{10^{37} \text{ кг}}{\frac{4}{3}\pi (10^{10})^3} \approx \frac{10^{37} \text{ кг}}{4 \cdot 10^{30} \text{ м}^3} = \frac{1}{4} \cdot 10^7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

~~$$\text{Ответ: } \rho = \frac{1}{4} \cdot 10^7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$~~

~~$$\text{Ответ: } \rho = \frac{1}{4} \cdot 10^{28} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$~~

$$\text{Ответ: } \rho = \frac{1}{4} \cdot 10^7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$