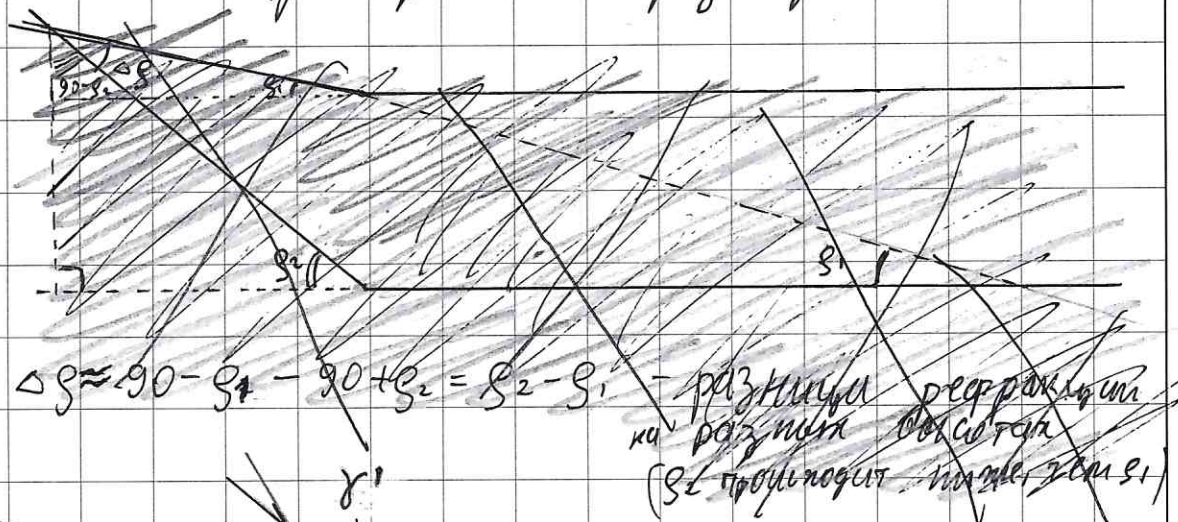
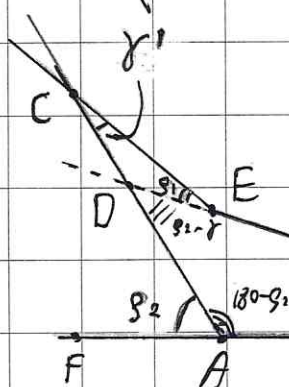


Рефракция сдвигает объекты из-за того, что она разная на разных высотах.

От объекта приходит ~~разный~~ луч света (~~разный~~ и на разных высотах преломляется по-разному:



B — объект
A, E — точки пересечения лучей и атмосферы



χ — изначальный угловой размер

χ' — итоговый угловой размер (вычитаемый)

s_2 — рефракция на более низкой высоте

s_1 — рефракция на более высокой.

$$\angle FAD = s_2$$

$$\angle DAB = 180 - s_2$$

$$\angle APB + \angle DAB + \angle ABD = 180^\circ \Rightarrow \angle ADB = 180 - (180 - s_2) - \chi = s_2 - \chi$$

$$\angle CDE = 180 - s_2 + \chi$$

$$\angle DOE = \chi' = 180^\circ - (180^\circ - s_2 + \chi) - s_1 = s_2 - \chi - s_1$$

Угловой размер луча (изначальный, без учета рефракции)

$$\chi \approx 30'$$

Т.к. χ' не отрицательна, то $\chi' = |s_2 - \chi - s_1|$

Самое верхнее изображение Луны почти не искажено рефракцией. Знаят с его помощью можно определить масштаб изображения.

Сначала найдем центр изображения Луны. Для этого проведем ~~несколько~~ ^{несколько} хорд в изображении Луны, ~~и~~ и построим к ним серединные перпендикуляры. Точка их пересечения — центр Луны. Далее через найденный центр назовем диаметр. $d_s = 29 \text{ мм}$ — диаметр Луны на изображении. $\mu = \frac{30'}{29 \text{ мм}} \approx \frac{1,034}{29} \frac{1}{\text{мм}}$ — масштаб изображения (измеряя ~~там~~ ^{измеряя} большую ось, тк. она не искажена ~~на~~).

Теперь для каждого изображения Луны найдем их центры и искаженные угловые размеры (по вертикали). Самое изображение Луны является эллипсом. Чтобы найти его центр проведем несколько пар параллельных хорд. Для каждой хорды найдем её центр и через центры каждой пары проведем прямые. Точка пересечения этих прямых — центр эллипса.

Для каждого эллипса измерим его малую ось (у ~~каждого~~ ^{у самого нижнего изображения} измерим малую полуось и умножим на 2). ~~Затем~~ ^{Затем} запишем полученные данные в таблицу. И изображения нумеруются снизу вверх.

h высота	N - изображения	h - малая ось, мм	γ' - искаженный угловой размер
16 мм 16,5'	1	2. 11 мм = 22 мм	22,7'
29 мм 30'	2	24 мм 24 мм	24,8'
44 мм 44 мм 45,5'	3	25 мм	25,9'
58 мм 58 мм 60'	4	27 мм	27,9'
75 мм 75 мм 78'	5	28 мм	29,0'
90 мм 90 мм 93'	6	28	29,0'
108 мм 111,7'	7	28 мм 28 мм	28 мм 29,0'

высоту Луны определяем так:

- 1) найдем расстояние от нижнего края изображения до центра Луны
- 2) Переводим полученное расстояние в угол с помощью масштабного коэффициента M

$$\gamma' = |s_2 - \gamma - s_1| - \text{найденная ранее формула для} \\ \text{этих радиусов}$$

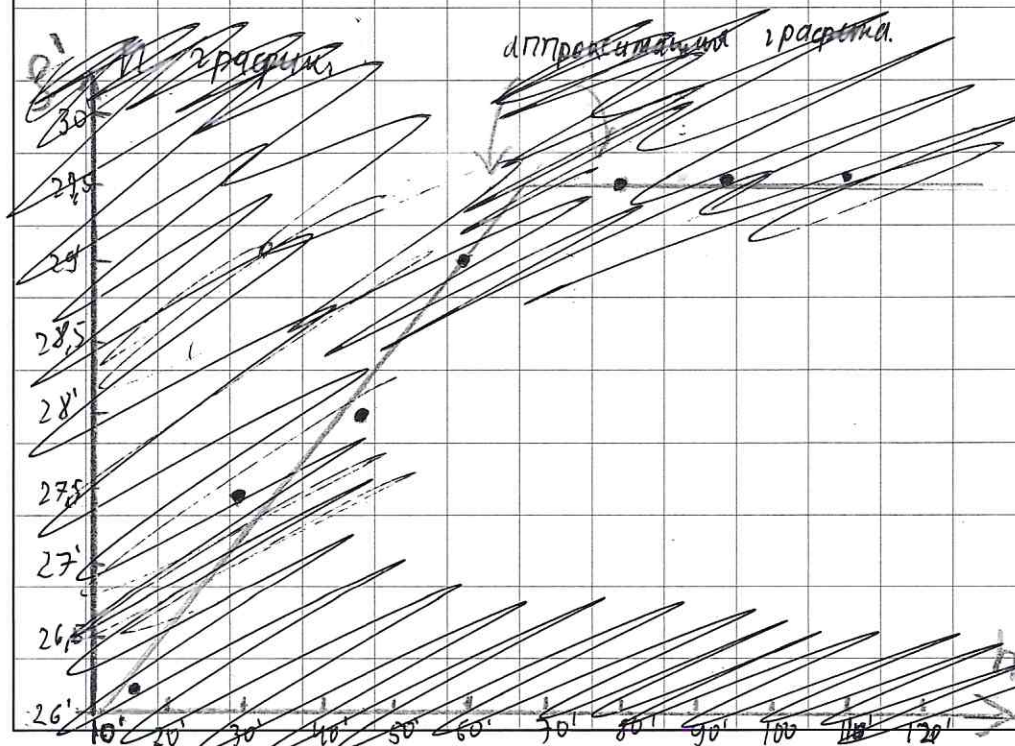
Выразим отсюда величину рефракции в верней точке s_1 . Так как при подстановке γ начнем для γ и последнюю первую γ изображения значение ~~$s_1 = s_2 - \gamma - \gamma'$~~ в подходе получается отрицательным, то $\gamma' = s_1 + \gamma - s_2 \Rightarrow s_1 = \gamma' - \gamma + s_2$ (γ и γ' берется как угловые радиусы)

Для первого изображения Луны примем $\varphi_2 = 30'$. Для последующих будем брать φ вертикальную рефракцию с предыдущих. φ и φ' будем брать как угловые радиусы (половина от измеренной), так как верхний край каждого изображения по высоте совпадает [примерно] с центром следующего.

По полученным данным построим таблицу:

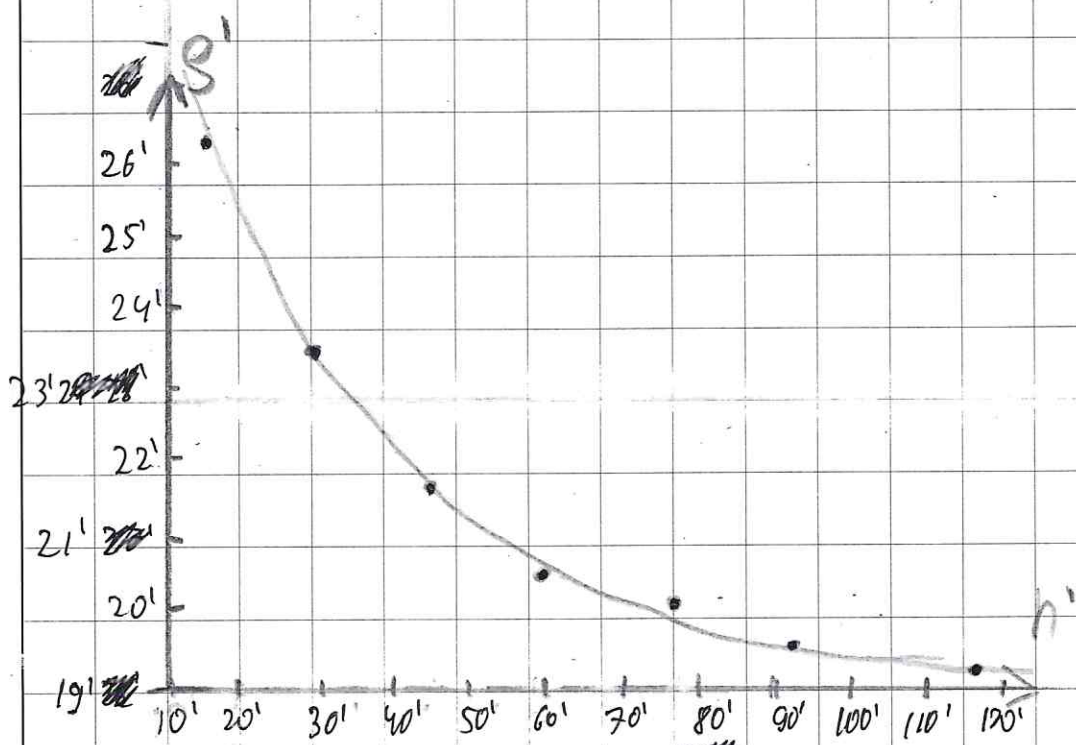
расчет φ_1 :

№	h	φ_1	
1	16,5'	26,35'	$11,35' - 15' + 30' = 26,35'$
2	30'	26,35' 23,75'	$30' - 15' + 11,35' = 26,35'$ $12,4' - 15' + 26,35' = 23,75'$
3	45,5'	23,75' 21,7'	$12,95' - 15' + 23,75' = 21,7'$
4	60'	21,7' 20,65'	$13,95' - 15' + 21,7' = 20,65'$
5	78'	20,65' 20,15'	$14,5' - 15' + 20,65' = 20,15'$
6	83'	20,15' 19,65'	$14,5' - 15' + 20,15' = 19,65'$
7	117,7'	19,65' 19,15'	$14,5' - 15' + 19,65' = 19,15'$



~~График возростает по мере того, что $h \approx 65'$, затем выходит на плато с очень малыми изменениями рефракции. Значит~~

Теперь построим график:



Из графика видно, что рефракция убывает с высотой гиперболически.

$$s = \frac{k}{h+a} + b$$

$$\begin{cases} 26,4' = \frac{k}{16,5+a} + b \\ 20,65' = \frac{k}{60'+a} + b \\ 19,15' = \frac{k}{111,7+a} + b \end{cases} \Rightarrow b = 26,4 - \frac{k}{16,5+a}$$

$$20,65 = \frac{k}{60+a} + 26,4 - \frac{k}{16,5+a}$$

$$20,65 = 26,4 - \frac{K(16,5+a-60-a)}{(60+a)(16,5+a)}$$

$$20,65 = 26,4 + \frac{43,5K}{(60+a)(16,5+a)}$$

$$K = \frac{(20,65 - 26,4)(60+a)(16,5+a)}{43,5} = \frac{-5,75 \cdot (60+a)(16,5+a)}{43,5}$$

$$19,15' = \frac{-5,75(60+a)(16,5+a)}{43,5(117+a)} + 26,4 + \frac{5,75(60+a)(16,5+a)}{43,5(16,5+a)}$$

$$\frac{5,75}{43,5} \approx 0,13$$

$$19,15 = -0,13 \cdot \left(\frac{60 \cdot 16,5 + 16,5a + 60a + a^2}{117+a} \right) + 26,4 + 0,13(60+a)$$

$$19,15 + 0,13 \cdot (60 \cdot 16,5 + 76,5a + a^2) = (117+a) \cdot (26,4 + 0,13(60+a))$$



**XXXII Санкт-Петербургская
Астрономическая олимпиада**
практический тур

2025
2
марта

10 класс

Вам даны наложенные на один снимок изображения Луны недалеко от горизонта, полученные во время ее восхода (нижние изображения частично перекрыты зданиями и облаками). Считая рефракцию на горизонте при имеющихся атмосферных условиях равной $30'$, постройте зависимость угла рефракции от высоты для малых высот в виде таблицы или графика, а также оцените величину угла рефракции на высоте, равной 3° . Можно считать, что положение горизонта совпадает с нижней границей изображения.

