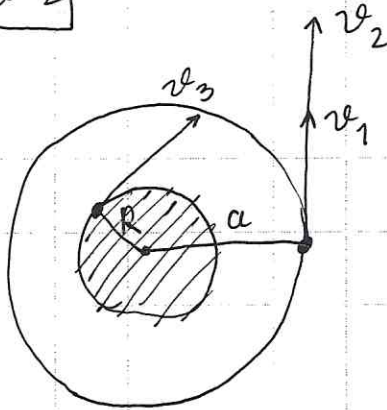


Задача 2


 $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{a}}$ — круговая скорость на орбите

 $v_2 = \sqrt{2} v_1$ — параболическая скорость на расстоянии a
 $v_3 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ — параболическая скорость на расстоянии R
 $\Delta v_{12} = (\sqrt{2} - 1) \sqrt{\frac{GM}{a}}$ — импульс для перехода с круговой на параболическую орбиту

$$\frac{v_3}{\Delta v_{12}} = 5 \text{ — по условию}$$

$$\frac{\sqrt{2GM} \sqrt{a}}{\sqrt{R} \cdot (\sqrt{2} - 1) \sqrt{GM}} = 5 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \cdot \sqrt{\frac{a}{R}}$$

Пусть $K = \frac{a}{R}$. Тогда $\sqrt{K} = \frac{5(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}}$

$$K = \frac{25(\sqrt{2} - 1)^2}{2} =$$

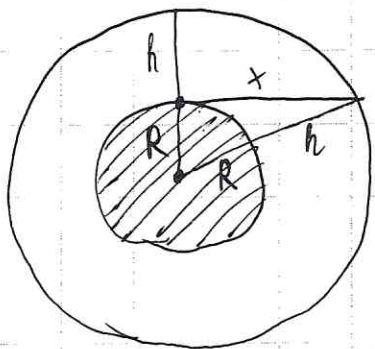
$$\begin{aligned} &= \frac{25(2 - 2\sqrt{2} + 1)}{2} = \frac{25(3 - 2\sqrt{2})}{2} = \frac{75 - 50\sqrt{2}}{2} \approx \frac{75 - 50 \cdot 1,4}{2} = \\ &= \frac{5}{2} = \boxed{2,5} \end{aligned}$$

Ответ: 2,5.

$$\frac{2,4}{70}$$

Задача 3

Предположим поглощением в атмосфере, рефракцией и другими атмосферными эффектами.



$$x^2 = (R+h)^2 - R^2 = 2Rh + h^2 \approx 2Rh$$

$$x = \sqrt{2Rh}$$

Отношение освещённости:

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{-0,4 \Delta m}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{x}{h} = 10^{-0,2 \Delta m} = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}$$

$$\Delta m = -1^m - 10^m = -11^m$$

$$\frac{x}{h} = 10^{0,2 \cdot 11} = 10^{2,2}$$

$$\frac{x}{h} = \frac{\sqrt{2Rh}}{h}; \left(\frac{x}{h}\right)^2 = \frac{2R}{h} = 10^{4,4}$$

$$h = \frac{2R}{10^{4,4}} \quad \text{①}$$

$$10^{4,4} = 10^4 \cdot 10^{0,4} = 10^4 \cdot 5 \sqrt{10^2} \approx 2,5 \cdot 10^4$$

$$\text{②} \quad \frac{128 \cdot 10^4 \text{ км}}{2,5 \cdot 10^4} = \boxed{0,5 \text{ км}} = 500 \text{ м}$$

Ответ: 0,5 км

Задача 4

$$T \approx 10^{-7} \frac{M_{\odot}}{M} \text{ K}$$

Температура черной дыры, теряющей массу на излучение, не может быть меньше температуры реликтового излучения, то есть 3 К:

$$T = 10^{-7} \frac{M_{\odot}}{M} \text{ K} = 3 \text{ K}$$

$$\frac{M_{\odot}}{M} = 3 \cdot 10^7$$

$$M = \frac{1}{3 \cdot 10^7} M_{\odot} = 3 \cdot 10^{-8} M_{\odot} = 6 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

Стоит заметить, что в реальности настолько маломассивных ЧД не существует.

Определим радиус ^{горизонта событий} такой ЧД:

$\sqrt{\frac{2GM}{R}} = c$ — 2^{ая} космическая или "поб-ти" равна скорости света

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

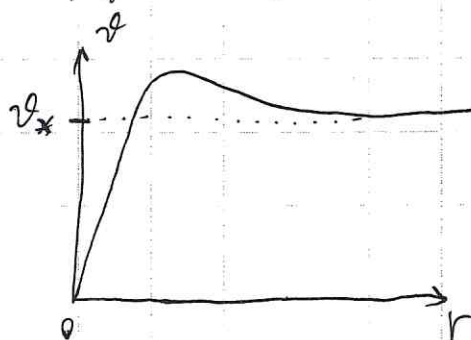
$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{3M c^6}{4\pi \cdot 8G^3 M^3} = \frac{3 \cdot (3 \cdot 10^{22})^6}{4 \cdot 8 \cdot (6.7 \cdot 10^{-11})^3 \cdot (6 \cdot 10^{22})^3} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{34}}{1000} = 2 \cdot 10^{34} \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $2 \cdot 10^{34} \text{ кг/м}^3$

Задача 1

График $v(r)$ в галактике выглядит так:



Наше солнце имеет скорость, близкую к v_x : около 220 км/с. На расстоянии в 16 кпк скорость также будет близка к v_x .

$$T = \frac{2\pi r}{v_x} = \frac{2 \cdot 3.16 \cdot 10^3 \text{ кпк} \cdot 1.5 \cdot 10^8 \text{ км в 1 кпк}}{220 \cdot 10^3 \text{ км в 1 с}} = \frac{2 \cdot 3.16 \cdot 1.5 \cdot 10^{16}}{220 \cdot 10^3} \text{ с} \approx 1.5 \cdot 10^{10} \text{ с} = \frac{1.5 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^7} \text{ лет} = 5 \cdot 10^8 \text{ лет} = \boxed{500 \text{ млн. лет}}$$

ответ: 500 млн. лет.

Задача 5

$$M_1 = 0^m$$

$$N_1 = 10^3$$

$$M_2 = M_\odot = 4,8^m$$

$$N_2 = 10^6$$

$$\Delta m = 10^m$$

$$r = ?$$

Найдём абс. зв. вел. скопления из 10^3 звёзд:

$$M_{x1} = M_1 - 2,5 \lg N_1 = 0^m - 2,5 \cdot 3 = -7,5^m$$

Аналогично:

$$M_{x2} = M_2 - 2,5 \lg N_2 = 4,8^m - 2,5 \cdot 6 = -10,2^m$$

$$M_{x1} - m_{x1} = 5 - 5 \lg r_1; m_{x1} = M_{x1} - 5 + 5 \lg r_1$$

$$M_{x2} - m_{x2} = 5 - 5 \lg r_2; m_{x2} = M_{x2} - 5 + 5 \lg r_2$$

$$m_{x1} - m_{x2} = \Delta m$$

$$M_{x1} + 5 \lg r_1 - M_{x2} - 5 \lg r_2 = \Delta m$$

$$(M_{x1} - M_{x2}) + 5 \lg \frac{r_1}{r_2} = \Delta m$$

$$5 \lg \frac{r_1}{r_2} = \Delta m - (M_{x1} - M_{x2}) = 10^m - (-2,7^m) = 12,7^m \approx 13^m$$

$$\lg \frac{r_1}{r_2} = 2,6$$

$$\frac{r_1}{r_2} = 10^{2,6} = \frac{10^3}{10^{0,4}} = \frac{1000}{2,5} = 400.$$

$$\begin{array}{r} 10,2 \\ - 7,5 \\ \hline 2,7 \end{array}$$