

**XXI Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада**  
заочный отборочный тур, решения

**2013–2014**

**5 декабря  
15 января**

---

*5–6 классы*

---

1. Антарес, Туманность Андромеды, Юпитер, Альфа Центавра, Солнце. Расположите эти объекты в порядке увеличения их расстояния от Земли.

**Решение:**

Правильный порядок: Солнце, Юпитер, Альфа Центавра, Антарес, Туманность Андромеды. В качестве обоснования можно указать типы объектов (и характерные расстояния до них) или просто расстояния.

2. Всего на небе невооруженным глазом можно увидеть примерно 6000 звезд. А какое максимальное количество звезд можно увидеть, взглянув на небо только один раз?

**Решение:**

Не более половины от общего числа, т.к. мы можем видеть только половину неба, т.е. примерно 3000 звезд (на самом деле еще меньше, поскольку непосредственно у горизонта звезды не видны из-за поглощения света атмосферой Земли).

3. 2114 год начнется в понедельник. В какой день недели начнется 2113 год?

**Решение:**

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо выяснить, сколько времени (конкретно, сколько недель и дней) пройдет с 1 января 2113 года до 1 января 2114 года. В невисокосном календарном году (а 2113 год именно такой) ровно 365 дней. Тогда при делении 365 на 7 с остатком получаем, что продолжительность года — 52 недели + 1 день. Это означает, что 2113 и 2114 годы должны начаться с двух следующих друг за другом дней недели. Так как 2114 год начнется в понедельник, то 2113 год начнется на один день недели раньше, т.е. в воскресенье.

4. Незнайка и Пончик полетели на Луну на космическом корабле. Корабль летит по прямой линии со скоростью 128 тысяч километров в час. Чтобы не впасть в депрессию, Пончику нужно каждые 15 минут съесть по одному пончику. Сколько пончиков успеет съесть Пончик, пока корабль не прилетит на Луну? Пончик, который Пончик съел в момент взлета, не считается, Луна находится на расстоянии 384 тысячи километров от Земли.

**Решение:**

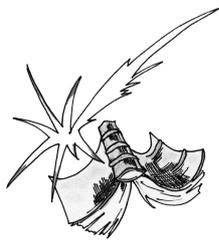
До Луны корабль с такой скоростью будет лететь  $384/128 = 3$  часа ровно. За три часа пройдет  $3 \cdot 60/15 = 12$  интервалов по 15 минут. Так как в конце каждого из этих интервалов Пончик будет съедать по пончику, он съест их 12 штук. Однако к поеданию последнего пончика Пончик успеет только приступить, полностью съесть его он не успеет, поэтому итоговый ответ: 11 штук.

5. Оцените, как долго длится ночь на экваторе Луны.

**Решение:**

Ночь и день на небесном теле наступает вследствие того, что при вращении тела вокруг своей оси Солнце светит на разные участки его поверхности в разное время. Известно, что истинный (звездный или сидерический) период осевого вращения Луны совпадает с периодом ее орбитального обращения вокруг Земли и составляет примерно 27 земных суток. Однако одновременно с вращением вокруг своей оси Луна вместе с Землей движется по орбите вокруг Солнца и за время полного оборота успевает сильно сместиться относительно Солнца по орбите. Вследствие этого период ее вращения относительно Солнца (синодический) оказывается чуть больше и равен примерно 30 земным суткам, т.е. месяцу. Этот период, очевидно, совпадает с периодом смены лунных фаз для земного наблюдателя. Следовательно, длительность ночи на Луне составляет половину этого времени, т.е. примерно 2 недели.

Можно также сразу заметить, что, поскольку Луна всегда обращена к Земле одной стороной, то продолжительность солнечных суток для любой ее точки и период смены лунных фаз — одна и та же величина. Отсюда сразу же следует ответ.



---

7–8 классы

---

1. Юпитер, Земля, Луна, Бетельгейзе, комета Галлея. Выстройте эти объекты в порядке увеличения массы.

**Решение:**

Комета Галлея (малое тело Солнечной системы), Луна (спутник Земли), Земля, Юпитер (большая планета), Бетельгейзе (звезда). Можно либо указать типы объектов и их характерные размеры, либо просто привести эти размеры в явном виде.

2. Частицы, выброшенные с поверхности Солнца во время солнечной вспышки, долетают до Земли через двое суток после наблюдения вспышки. Во сколько раз отличается средняя скорость движения частиц от скорости света?

**Решение:**

Так как расстояние от Солнца до Земли составляет 150 млн. км, а скорость света 300 000 км/с, легко посчитать, что свет проходит это расстояние примерно за 500 секунд. По условию задачи, частицы проходят то же расстояние за двое суток, т.е. за  $t = 2 \cdot 24 \cdot 3600 \approx 170$  тыс. секунд. Поделив это число на 500, получаем искомый ответ: средняя скорость частиц меньше скорости света примерно в  $300 \div 400$  раз.

3. 2116 год начнется в среду. А в какой день недели начнется 2117 год?

**Решение:**

За 2116 — високосный — год пройдет 366 дней, или 52 недели и 2 дня (остаток от деления 366 на 7 равен 2). Значит, 2117 год начнется на 2 дня недели позже, чем 2116, т.е. в пятницу.

4. Солнце и Юпитер имеют практически одинаковую среднюю плотность, но при этом радиус Юпитера в 10 раз меньше радиуса Солнца. Во сколько примерно раз различаются их массы?

**Решение:**

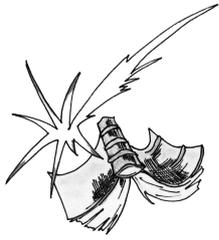
Объемы тел одинаковой формы относятся так же, как кубы их размеров. Поэтому объемы Солнца и Юпитера различаются в  $10^3 = 1000$  раз и, поскольку плотности их одинаковы, масса Солнца также примерно в 1000 раз больше массы Юпитера.

5. Оцените, как долго длится ночь на экваторе Луны.

**Решение:**

Ночь и день на небесном теле наступает вследствие того, что при вращении тела вокруг своей оси Солнце светит на разные участки его поверхности в разное время. Известно, что истинный (звездный или сидерический) период осевого вращения Луны совпадает с периодом ее орбитального обращения вокруг Земли и составляет примерно 27 земных суток. Однако одновременно с вращением вокруг своей оси Луна вместе с Землей движется по орбите вокруг Солнца и за время полного оборота успевает сильно сместиться относительно Солнца по орбите. Вследствие этого период ее вращения относительно Солнца (синодический) оказывается чуть больше и равен примерно 30 земным суткам, т.е. месяцу. Этот период, очевидно, совпадает с периодом смены лунных фаз для земного наблюдателя. Следовательно, длительность ночи на Луне составляет половину этого времени, т.е. примерно 2 недели.

Можно также сразу заметить, что, поскольку Луна всегда обращена к Земле одной стороной, то продолжительность солнечных суток для любой ее точки и период смены лунных фаз — одна и та же величина. Отсюда сразу же следует ответ.



XXI Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
заочный отборочный тур, решения

2013–2014

5 декабря  
15 января

---

*9 класс*

---

1. Меркурий, Бетельгейзе, М31, Розетка, Луна. Выстройте эти объекты в алфавитном порядке по названиям типов объектов.

**Решение:**

Галактика (М31), звезда (Бетельгейзе), планета (Меркурий), спутник (Луна), туманность (Розетка).

2. 15 февраля 2013 г. над Челябинском взорвалось метеорное тело. В 9 часов 20 минут произошла яркая вспышка, а в 9 часов 22.5 минуты раздался громкий взрыв. На каком расстоянии от Челябинска произошел взрыв?

**Решение:**

Разница между моментом вспышки и моментом прихода звуковой взрывной волны  $t$  составляет примерно 2.5 минуты или 150 с. Т.к. скорость звука в воздухе примерно 330 м/с, то отсюда легко вычисляем расстояние:  $L = v_{\text{зв}} \cdot t \approx 330 \cdot 150 \approx 5 \cdot 10^4$  м, т.е. примерно 50 км.

3. 2012 год начался в воскресенье. А в какой день недели начнется 2112 год?

**Решение:**

После каждого невисокосного года начало следующего сдвигается на 1 день недели вперед, после каждого високосного — на 2. За сто лет, которые пройдут с 1 января 2012 года до 1 января 2112 года, будет 24 високосных года (2100 год не является високосным по правилам григорианского календаря). Таким образом, начало года сдвинется на  $100 + 24 = 124$  дня, что составляет 17 полных недель и 5 дней. Следовательно, 2112 год начнется через 5 дней после воскресенья, т.е. в пятницу.

Второй вариант решения. Длина среднего года по юлианскому календарю составляет 365.25 дня, и за 100 лет по юлианскому календарю проходит 36525 дней. Разделив это число на 7, получим остаток от деления, равный 6. Поэтому, если бы мы жили по юлианскому календарю, то начало 2112 года сместилось бы по отношению к 2012 на 6 дней. Но по правилам григорианского календаря, по которому мы живем, 2100 год не является високосным, поэтому один день нужно вычесть. Таким образом, начало 2112 года смещается на 5 дней, 2112 год начнется в пятницу.

4. Космонавт Герман Титов сутки летал вокруг Земли на космическом корабле со скоростью 7.8 км/с. Сколько раз за это время он облетел вокруг Земли?

**Решение:**

Как известно, космический корабль Германа Титова летал на высоте всего несколько сотен километров. По сравнению с радиусом Земли это составляет всего несколько процентов. Значит, можно считать, что длина полного пути, который проходил космический корабль вокруг Земли, примерно равна длине окружности земного экватора. Как известно из курса географии, длина земного экватора равна примерно  $4 \cdot 10^4$  км. Поэтому время одного оборота корабля вокруг Земли равно  $4 \cdot 10^4 / 7.8 \approx 5 \cdot 10^3$  с. В сутках 24 часа, или 86400 с, значит всего за сутки корабль мог совершить примерно 17 полных витков.

5. Где на Земле можно наблюдать Солнце в зените?

**Решение:**

Плоскость орбиты Земли наклонена к плоскости земного экватора на угол  $23^\circ.5$ . Солнце перемещается по небесной сфере в плоскости эклиптики, т.е. в плоскости орбиты Земли. Следовательно, Солнце может на небе отходить от плоскости небесного экватора не более чем на  $23^\circ.5$ . Именно в этой области неба Солнце и может наблюдаться. Поэтому, если наблюдатель будет находиться на Земле не более чем на  $23^\circ.5$  севернее или южнее экватора (т.е. в пределах области, заключенной между северным и южным тропиками), то он сможет наблюдать Солнце в зените.



---

10 класс

---

1. Бетельгейзе, Меркурий, Малое Магелланово облако, Ганимед, Плеяды. Расположите эти объекты в порядке увеличения линейного размера.

**Решение:**

Порядок такой: Меркурий, Ганимед, Бетельгейзе, Плеяды, Малое Магелланово облако. В основном для решения достаточно указать тип объекта (и его характерные размеры), однако важно отметить, что Меркурий меньше по размеру, чем Ганимед.

2. Какие планеты можно видеть невооруженным глазом в истинную солнечную полночь в Петербурге?

**Решение:**

В полночь можно (хотя и не всегда) увидеть планеты, которые находятся в противоположном направлении от Солнца относительно Земли, т.е. так называемые внешние планеты. К таким планетам относятся Марс, Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун. Только первые три из них видны невооруженным глазом. Т.е. решением является список «Марс, Юпитер, Сатурн».

3. Комета совершает один оборот вокруг Солнца за 64 года. Чему равна большая полуось ее орбиты?

**Решение:**

Если период обращения тела  $P$ , движущегося вокруг Солнца, выражен в годах, а большая полуось орбиты  $a$  — в астрономических единицах, то  $P^2 = a^3$ . Отсюда получаем, что  $a = 16$  а.е.

4. Какую звездную величину имеет Солнце при наблюдении с Сатурна? Радиус орбиты Сатурна составляет 10 а.е.

**Решение:**

Земля в 10 раз ближе к Солнцу, чем Сатурн, поэтому освещенность, создаваемая Солнцем на Сатурне, в 100 раз меньше, чем на Земле (она обратно пропорциональна квадрату расстояния до Солнца). Разнице освещенностей в 100 раз соответствует разница на  $5^m$ . На Земле видимая звездная величина Солнца около  $-27^m$ , следовательно, на Сатурне она окажется около  $-22^m$ .

5. Космонавт в течение 26 часов летал вокруг Земли над экватором на космическом корабле со скоростью 7.8 км/с. Сколько раз за это время он видел восход Солнца?

**Решение:**

Из того факта, что скорость корабля мало отличается от первой космической для Земли, можно понять, что он летал по круговой орбите, радиус которой примерно равен радиусу Земли. Длина экватора Земли составляет около 40 тыс. км, так что продолжительность одного оборота вокруг Земли по низкой орбите равна примерно  $4 \cdot 10^4 / 7.8 / 3600 \approx 1.4$  часа. Отсюда следует, что за время полета корабль успел совершить вокруг Земли 18 полных оборотов ( $26 / 1.4 \approx 18.6$ ). Однако за это время Земля также успела совершить полный оборот вокруг своей оси (т.к. прошло чуть больше солнечных суток).

Если корабль двигался по направлению вращения Земли, то на каждом витке он оказывался в той же самой точке относительно Солнца чуть раньше, чем заканчивал полный виток по орбите. Следовательно, относительно Солнца он совершил на один оборот больше, чем относительно Земли, и тогда космонавт успел увидеть 19 восходов Солнца.

Напротив, если корабль двигался против направления вращения Земли, то космонавт увидел только 17 восходов.

Тот же самый результат можно получить, воспользовавшись формулой синодического движения:

$$\frac{1}{T_{\text{к}\oplus}} = \frac{1}{T_{\text{к}\odot}} \mp \frac{1}{T_{\oplus\odot}} \implies \frac{1}{T_{\text{к}\odot}} = \frac{1}{T_{\text{к}\oplus}} \pm \frac{1}{T_{\oplus\odot}},$$

где  $T_{\text{к}\oplus}$  — период корабля относительно Земли,  $T_{\text{к}\odot}$  — период корабля относительно Солнца,  $T_{\oplus\odot}$  — период обращения Земли вокруг своей оси относительно Солнца (солнечные сутки); знак «−» ставится в случае сонаправленных движений, «+» — в случае противоположно направленных.

В случае движения корабля по вращению Земли  $T_{\text{к}\odot} \approx 1.32$  и, следовательно, относительно Солнца корабль успевает сделать 19 полных оборотов, а в обратном случае  $T_{\text{к}\oplus} \approx 1.49$  и 17 полных оборотов относительно Солнца.

*Примечание.* Участник должен либо рассмотреть оба варианта движения корабля: как по вращению Земли, так и против, либо явно указать, что корабли практически всегда запускаются по вращению и можно рассматривать только этот вариант.



---

11 класс

---

1. Нептун, Солнце, Меркурий, Плутон, Марс. Выстройте эти объекты в порядке увеличения минимального расстояния от Земли.

**Решение:**

Ответ: Марс, Меркурий, Солнце, Плутон, Нептун. Несмотря на то, что большая полуось орбиты у Нептуна меньше, чем у Плутона, из-за эксцентриситета орбиты последнего он периодически оказывается ближе к Солнцу (и к Земле), чем Нептун. Орбита Меркурия также имеет значительный эксцентриситет (около 0.2), но даже с учетом этого минимальное расстояние от Меркурия до Земли составляет  $1 - 0.4 \cdot (1 + 0.2) \approx 0.52$  а.е., что больше, чем минимальное расстояние до Марса ( $\approx 0.5$  а.е.).

2. Некто утверждал, что из того факта, что два небесных тела имеют одинаковый химический состав, следует, что они имеют одинаковую среднюю плотность. Покажите, что это не так, приведя хотя бы один пример обратного.

**Решение:**

Можно предложить несколько вариантов решений. Например, звезды главной последовательности и звезды-гиганты имеют практически одинаковый химический состав: они состоят в основном из водорода и гелия с малой примесью других элементов, однако их средние плотности отличаются в десятки тысяч раз. Естественно, годятся и другие примеры, но необходимо, чтобы при сравнительно небольшом различии химического состава плотность объектов значительно отличалась.

3. Период обращения Энцелада вокруг Сатурна равен 1.4 земных суток, а большая полуось его орбиты в 4 раза больше радиуса Сатурна. На основании этих данных оцените среднюю плотность Сатурна.

**Решение:**

По уточненному III закону Кеплера

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM_{\text{С}}}{4\pi^2},$$

где  $a$  — большая полуось орбиты Энцелада,  $P$  — период его обращения вокруг Сатурна,  $M_{\text{С}}$  — масса Сатурна. Обозначив  $\beta$  отношение большой полуоси

орбиты Энцелада к радиусу Сатурна  $R_{\text{т}}$  ( $\beta = a/R_{\text{т}}$ ) и выполнив преобразования, можно получить:

$$\frac{\beta^3 R_{\text{т}}^3}{P^2} = \frac{GM_{\text{т}}}{4\pi^2} \implies \frac{\beta^3}{P^2} = \frac{G}{3\pi} \frac{3M_{\text{т}}}{4\pi R_{\text{т}}^3} = \frac{G}{3\pi} \bar{\rho}_{\text{т}},$$

где  $\bar{\rho}_{\text{т}}$  — средняя плотность Сатурна.

Отсюда

$$\bar{\rho}_{\text{т}} = \frac{3\pi \beta^3}{G P^2} \approx \frac{10 \cdot 4^3}{7 \cdot 10^{-8} (1.4 \cdot 3600 \cdot 24)^2} \approx \frac{2}{3} \approx 0.7 \text{ г/см}^3.$$

4. Космонавт в течение 26 часов летал вокруг Земли над экватором на космическом корабле со скоростью 7.8 км/с. Сколько раз за это время он видел восход Солнца?

**Решение:**

Из того факта, что скорость корабля мало отличается от первой космической для Земли, можно понять, что он летал по круговой орбите, радиус которой примерно равен радиусу Земли. Длина экватора Земли составляет около 40 тыс. км, так что продолжительность одного оборота вокруг Земли по низкой орбите равна примерно  $4 \cdot 10^4 / 7.8 / 3600 \approx 1.4$  часа. Отсюда следует, что за время полета корабль успел совершить вокруг Земли 18 полных оборотов ( $26 / 1.4 \approx 18.6$ ). Однако за это время Земля также успела совершить полный оборот вокруг своей оси (т.к. прошло чуть больше солнечных суток).

Если корабль двигался по направлению вращения Земли, то на каждом витке он оказывался в той же самой точке относительно Солнца чуть раньше, чем заканчивал полный виток по орбите. Следовательно, относительно Солнца он совершил на один оборот больше, чем относительно Земли, и тогда космонавт успел увидеть 19 восходов Солнца.

Напротив, если корабль двигался против направления вращения Земли, то космонавт увидел только 17 восходов.

Тот же самый результат можно получить, воспользовавшись формулой синодического движения:

$$\frac{1}{T_{\text{к}\oplus}} = \frac{1}{T_{\text{к}\odot}} \mp \frac{1}{T_{\oplus\odot}} \implies \frac{1}{T_{\text{к}\odot}} = \frac{1}{T_{\text{к}\oplus}} \pm \frac{1}{T_{\oplus\odot}},$$

где  $T_{\text{к}\oplus}$  — период корабля относительно Земли,  $T_{\text{к}\odot}$  — период корабля относительно Солнца,  $T_{\oplus\odot}$  — период обращения Земли вокруг своей оси относительно Солнца (солнечные сутки); знак «−» ставится в случае сонаправленных движений, «+» — в случае противоположно направленных.

В случае движения корабля по вращению Земли  $T_{K\odot} \approx 1.32$  и, следовательно, относительно Солнца корабль успевает сделать 19 полных оборотов, а в обратном случае  $T_{K\oplus} \approx 1.49$  и 17 полных оборотов относительно Солнца.

*Примечание.* Участник должен либо рассмотреть оба варианта движения корабля: как по вращению Земли, так и против, либо явно указать, что корабли практически всегда запускаются по вращению и можно рассматривать только этот вариант.

5. На Солнце наблюдается пятно размером с Землю. Представьте себе, что в этот момент Солнце внезапно исчезло и на небе осталось только пятно! Можно ли будет увидеть его невооруженным глазом?

**Решение:**

Для того, чтобы ответить на вопрос задачи, нужно оценить видимую звездную величину пятна. Так как пятно и Солнце находятся от Земли на одном и том же расстоянии, то разность видимых звездных величин пятна и Солнца будет обеспечиваться отношением их светимостей:  $\Delta m = m_{\odot} - m_{\text{п}} = -2.5 \lg \frac{L_{\odot}}{L_{\text{п}}}$ , где  $m_{\odot} \approx -27^m$ . Считая пятно абсолютно черным телом, можно сказать, что его светимость зависит от радиуса  $R$  и температуры  $T$  таким образом:  $L \propto R^2 T^4$ .

Известно, что радиус Земли примерно в 100 раз меньше радиуса Солнца. Пятно кажется темным на фоне более яркой поверхности Солнца, потому что имеет меньшую температуру, чем окружающие области: температура пятен примерно в полтора-два раза меньше температуры обычной поверхности Солнца. Таким образом

$$\Delta m = -2.5 \lg (100^2 \cdot 2^4) = -10 \lg 2^4 \approx -12,$$

следовательно, звездная величина пятна равна:  $m_{\text{п}} = m_{\odot} - \Delta m = -27 - (-12) = -15^m$ , что меньше звездной величины полной Луны. Видно, что пятно все равно остается самым ярким объектом на земном небе.

Можно рассуждать проще. Различие размеров пятна и Солнца в 100 раз и, следовательно, в площадях в  $10^4$  раз дает разницу в звездных величинах, равную 10. Следовательно, чтобы пятно не было видно (т.е. его звездная величина была больше  $6^m$ ), нужно получить разницу больше чем в 20 звездных величин (т.е. различие в светимостях в  $10^8$  раз) за счет различия температур. Это значит, что температуры пятна и Солнца должны отличаться больше, чем в  $\sqrt[4]{10^8} = 100$  раз, т.е. температура пятна должна быть меньше 60 К, что, очевидно, нелепо.

Важно отметить, что угловые размеры пятна в данном случае несущественны: требуется просто увидеть пятно, а не наблюдать его как протяженный объект. Например, угловые размеры всех звезд на небе (кроме, естественно, Солнца) намного меньше углового диаметра пятна (который составляет примерно  $20''$ ), что никак не мешает нам их видеть.

