XVII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

районный тур, решения

2009

5 декабря

11 класс

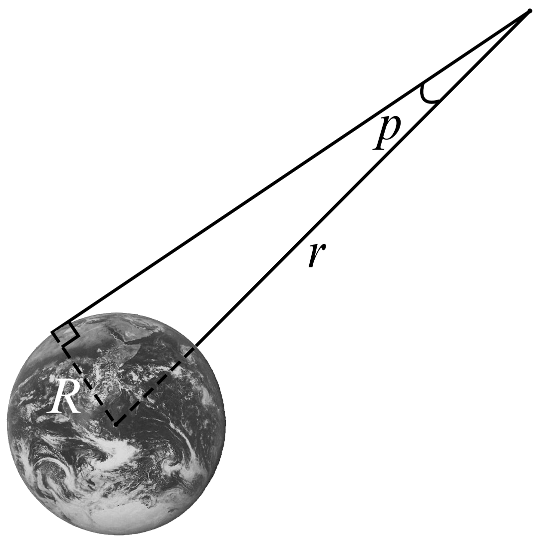
1. Весы, Кошачий глаз, Песочные часы, Розетка, Улитка. Укажите лишнее в этом списке и обоснуйте свой выбор.

Решение:

Весы — лишнее, так как это созвездие, а все остальные перечисленные объекты являются туманностями.

2. При локации планеты время между отправкой и приемом сигнала составило 800 с. Чему равен суточный параллакс этой планеты?

Решение:



Суточный параллакс планеты p — угол между направлениями на планету из центра Земли и из точки на поверхности Земли, поэтому синус этого угла — это отношение радиуса Земли R к расстоянию до планеты r. Т.к. угол достаточно мал, то его синус можно считать приближенно равным самому углу, выраженному в радианах.

То, что между отправкой и приемом сигнала при локации прошло 800 с, означает, что свет идет до этой планеты 400 с. Тогда расстояние до объекта равно $r = 400 \cdot 3 \cdot 10^5 = 1.2 \cdot 10^8$ км. Отсюда

$$p \approx \frac{r}{R} = \frac{6.4 \cdot 10^3}{1.2 \cdot 10^8} \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \approx 10''.$$

3. Две звезды движутся навстречу друг другу, причем их скорости направлены вдоль параллельных прямых, расстояние между которыми больше суммы радиусов звезд. Докажите, что эти звезды не смогут образовать двойную систему.

Решение:

Из условия следует, что начальное расстояние между звездами очень велико. Тогда в начальный момент суммарная кинетическая энергия звезд отлична от нуля (и, естественно, положительна), а потенциальная энергия взаимодействия практически равна нулю. Т.о., полная механическая энергия системы E положительна. При движении под действием сил тяготения энергия замкнутой системы не меняется, следовательно, $E > 0$ в любой момент времени. Полная механическая энергия гравитационно связанной системы должна быть отрицательной, поэтому звезды не могут стать гравитационно связанными, т.е. образовать двойную систему.

4. Красная звезда имеет температуру 3 000 K, а белая — 10 000 K. Во сколько раз отличаются размеры звезд, если они имеют одинаковые светимости?

Решение:

Светимость звезды L зависит от ее радиуса R и температуры T следующим образом:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \qquad \text{где } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{K}^4} \text{ — постоянная Стефана-Больцмана.}$$

Следовательно, для двух звезд с одинаковыми светимостями верно, что

$$\frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{T_2^4}{T_1^4}.$$

Отсюда получаем, что красная звезда больше белой в

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{10\,000}{3\,000}\right)^2 \approx 11 \text{ раз.}$$

5. Звезда Сириус наблюдалась в верхней кульминации в двух пунктах (один из которых находится на экваторе) с разницей в 2 часа. При этом ее высота над горизонтом составляла 73° и 78°. Оцените расстояние между пунктами, в которых проводились наблюдения.

Решение:

Если верхняя кульминация Сириуса произошла в двух пунктах с разницей 2 часа, то разница в долготе этих пунктов равна 30° (т.к. Земля делает полный оборот в 360° за 24 часа, то разнице во времени между двумя пунктами в 1 час соответствует разница по долготе 15°).

Разница по широте зависит от того, с одной стороны от зенита или с разных сторон происходят верхняя и нижняя кульминации. В итоге высота в верхней кульминации составляет

$$h_{\text{вк}} = 90 \pm (\varphi - \delta),$$

где φ — широта места наблюдения, а δ — склонение светила. Рассматривая все четыре возможных случая (те, кто помнит, что склонение Сириуса $\delta \approx -17°$, может облегчить себе работу, ограничившись только вариантами, когда $h_{\text{вк}} = 78°$), получаем, что широта второго пункта наблюдения может равняться либо $\pm 5°$, либо $\pm 29°$.

Для того, чтобы посчитать расстояние между пунктами, необходимо рассмотреть соответствующий сферический треугольник. Однако следует заметить, что расстояние по широте между пунктами в любом случае достаточно мало для того, чтобы можно было считать поверхность Земли в широтном направлении плоской, т.е. считать соответствующий треугольник расположенным на поверхности цилиндра (можно заметить, что даже для широт $\varphi = \pm 29°$ длина стороны «прямоугольника», соответствующей данной параллели, составляет $\cos\varphi \approx 0.87$ часть длины стороны, лежащей на экваторе; для широт $\varphi = \pm 5°$ отношение сторон практически равно 1). Тогда можно воспользоваться плоской геометрией. Тогда расстояние между пунктами по теореме Пифагора равно $r^2 = r_\varphi^2 + r_\lambda^2$, где r_φ — расстояние по широте, а r_λ — по долготе, взятые в линейной мере. Их можно вычислить как длину дуги окружности с радиусом, равным радиусу Земли $R_\oplus$. Окончательно получаем для случая $\varphi = \pm 5°$:

$$r^2 = \left(\frac{5°}{360°} 2\pi R_\oplus\right)^2 + \left(\frac{30°}{360°} 2\pi R_\oplus\right)^2 = \left(\frac{\pi R_\oplus}{180}\right)^2 (5^2 + 30^2).$$

Тогда
$$r = \frac{\pi R_{\oplus}}{180}\sqrt{5^2 + 30^2} \approx 3400 \text{ км}.$$
Для случая $\varphi = \pm 29^\circ$:
$$r = \frac{\pi R_{\oplus}}{180}\sqrt{29^2 + 30^2} \approx 4700 \text{ км}.$$