



9 класс

1. Оцените, с какой максимальной угловой скоростью должна иметь возможность поворачиваться антенна дальней космической связи, чтобы она могла сопровождать любой из существующих искусственных спутников Земли при его движении над горизонтом.

Решение:

Максимальная линейная скорость, с которой может двигаться искусственный спутник Земли, равна второй космической скорости около поверхности Земли. В самом деле, при большей скорости движения он улетит от Земли по гиперболе, а при увеличении расстояния в перигее максимальная возможная скорость может только уменьшаться.

Максимальная угловая скорость движения спутника получится в том случае, если он будет двигаться с максимальной линейной скоростью на минимальном расстоянии от антенны. Антенна находится на поверхности Земли, но спутник непосредственно рядом с поверхностью летать не может — мешает атмосфера — поэтому требуется оценить минимальную возможную высоту полета спутника. Примем в качестве оценки этой величины 300 км (хотя решающие эту задачу могут выбрать и другое достаточно разумное — от 150-200 до 500 км — значение). Тогда эти же 300 км и будут минимально возможным расстоянием от спутника до антенны (если спутник для антенны находится в зените и одновременно в перигее своей орбиты). Заметим, что максимально возможная скорость такого спутника будет мало отличаться от второй космической скорости на поверхности Земли, и в качестве оценки максимальной скорости можно взять 11 км/с. Учет скорости вращения Земли (и, соответственно, возможность сложения или вычитания этой скорости из скорости спутника) при такой точности оценки не требуется, так как даже точки на экваторе Земли движутся со скоростью всего 0.5 км/с.

Тогда условие на угловую скорость выглядит так:

$$\omega \lesssim v/r = \frac{11 \text{ км/с}}{300 \text{ км}} \approx 0.04 \text{ Гц.}$$

Этот ответ можно перевести в более удобные единицы, учитывая, что угловая скорость спутника в герцах — это фактически скорость поворота антенны в радианах в секунду. Так как в одном радиане примерно 57° , получаем, что антенна должна иметь возможность вращаться со скоростью около $2^\circ.3$ в секунду. Нелишним будет отметить, что это достаточно быстро (можно заметить, что поворот на 180° такая антенна должна выполнять менее чем за полторы минуты), поэтому постройка антенн космической связи представляет собой не слишком простую техническую задачу; использовать для подобных целей произвольный радиотелескоп обычно не удастся.

2. Компоненты двойной звезды в отдельности имеют видимые звездные величины, равные 1^m и 11^m . Чему равна суммарная видимая звездная величина двойной звезды?

Решение:

Известно, что разнице в 5 звездных величин соответствует отношение в освещенностях равное 100. Следовательно, звезда в 11^m будет слабее звезды в 1^m в 10^4 раз. Очевидно,

что при расчете суммарной звездной величины двойной звезды освещенностью от слабой компоненты можно пренебречь. Тогда суммарная звездная величина такой двойной звезды будет равна 1^m .

Примечание: Для любителей «точных решений» найдем отличие от единицы суммарной звездной величины этой звезды:

$$\Delta m = m_{\Sigma} - 1 = m_{\Sigma} - m_1 = -2.5 \lg \frac{E_{\Sigma}}{E_1} = -2.5 \lg \frac{E_1 + E_{11}}{E_1} = -2.5 \lg 1 + \frac{E_{11}}{E_1},$$

где Σ относится к двойной в целом, 1 — к компоненте 1-й величины, 11 — к компоненте 11-й величины.

$$\frac{E_{11}}{E_1} = 10^{0.4(m_{11}-m_1)} = 10^{-4}$$

Тогда

$$\Delta m = -2.5 \lg(1 + 10^{-4}) \approx -10^{-4},$$

т.е. двойная звезда будет ярче своей более яркой компоненты на $0^m.0001$. Очевидно, что такая точность в решении данной задачи избыточна.

3. Оцените, с какой относительной погрешностью должны идти часы на GPS- или ГЛОНАСС-приемнике, чтобы с его помощью можно было определять координаты на поверхности Земли с погрешностью не хуже 1 м. Радиусы орбит спутников (как GPS, так и ГЛОНАСС) можно принять равными 20 тыс. км.

Решение:

При определении положения на поверхности Земли приемник принимает со спутника сигналы точного времени и сравнивает их с показаниями внутренних часов. По разнице показаний (времени задержки) t определяется путь, пройденный сигналом $l = t \cdot c$ (c — скорость света). Часы на спутнике — очень точные (атомные), их точность во много раз выше, чем точность часов в приемниках (кварцевых), так что погрешность определения координат на Земле будет определяться только погрешностью часов в приемнике.

Рассмотрим изменение пути сигнала Δl при перемещении приемника по поверхности Земли на некоторое расстояние d . Очевидно, что максимальное увеличение пути сигнала будет в том случае, если мы наблюдаем спутник у горизонта. В этом случае $\Delta l = d$. Отметим также, что расстояние от приемника до спутника можно считать приблизительно равным радиусу орбиты спутника (в самом деле, центр Земли, приемник и спутник находятся в вершинах прямоугольного треугольника, один из катетов которого (радиус Земли) существенно меньше другого: отсюда можно либо сразу сделать указанный выше вывод, либо получить величину расстояния от приемника до спутника явно, воспользовавшись теоремой Пифагора).

Таким образом, можно принять, что погрешность определения времени прохождения сигнала равна

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{c} = \frac{d}{c}.$$

Величина скорости света в данном случае не равна скорости света в вакууме, так как сигнал движется в земной атмосфере. Точное значение этой скорости нам неизвестно, поскольку земная атмосфера неоднородна, но можно считать, что она одинакова как на пути l , так и на пути $l + \Delta l$. Тогда относительная погрешность определения времени пути сигнала будет равна

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{2 \cdot 10^7} = 5 \cdot 10^{-8}.$$

4. Есть две звезды — красная и белая — с одинаковой абсолютной звездной величиной. Если эти звезды поместить на одинаковое, но очень далекое расстояние, будут ли они иметь одинаковую видимую звездную величину? Ответ обосновать.

Решение:

Хорошо известна формула, связывающая видимую звездную величину, абсолютную звездную величину и расстояние до объекта: $M = m - 5 \lg r + 5$. Казалось бы, из нее следует, что звезды будут иметь одинаковые видимые звездные величины. Однако это не так — данное соотношение является верным только в том случае, если мы можем пренебречь поглощением света по дороге от объекта до наблюдателя.

На самом деле некоторое поглощение всегда имеется (и пренебрегать им можно только в том случае, если расстояние до объекта сравнительно невелико). При этом газово-пылевые облака в межзвездной среде поглощают излучение неравномерно — коротковолновая (синяя) часть спектра поглощается сильнее, чем длинноволновая (красная). Так как при одинаковых абсолютных звездных величинах у красной звезды сравнительно большая часть излучения попадает в длинноволновую часть спектра, то поглощение ее излучения при прочих равных условиях окажется меньше и, следовательно, красная звезда для наблюдателя будет выглядеть ярче белой.

5. Известно, что в некотором году 7 июля, 22 июля и 6 августа произойдут три затмения, причем только одно из них будет солнечным. Какое затмение когда произойдет? Опишите насколько возможно подробно обстоятельства этих затмений (фазу, место наблюдений с Земли, продолжительность и т.д.) и поясните свой ответ.

Решение:

Весь промежуток от 7-го июля до 6 августа — это полный синодический месяц (от полнолуния до полнолуния, или от новолуния до новолуния). Так как известно, что одно из этих затмений солнечное, а два — лунные, то очевидно, что 7 июля и 6 августа были полнолуния и лунные затмения, а 22 июля — новолуние и солнечное затмение.

Как известно, плоскость лунной орбиты наклонена к плоскости эклиптики на 5° , а видимые диаметры дисков Луны и Солнца равны примерно $0^\circ.5$, поэтому затмения происходят не каждые полмесяца, а лишь тогда, когда в полнолунии или новолунии Луна оказывается около узла своей орбиты — точки, где пересекаются плоскости орбиты Луны и эклиптики. Линия, соединяющая эти точки, т.н. линия узлов, медленно (совершая полный оборот за 18.6 года) движется навстречу движению Луны по орбите, так что благоприятные для затмений периоды случаются чуть чаще, чем два раза в год. Причем эти периоды очень короткие: примерно 34 дня для солнечного затмения и примерно 22 дня для лунного.

Так как за небольшой период — около 30 дней — произошло три затмения, то очевидно, что солнечное затмение, которое оказалось в середине благоприятного для наблюдения затмений периода, произошло, когда Луна была практически точно в узле своей орбиты, т.е. центры дисков Солнца и Луны лежат практически на одной линии для наблюдателя на Земле. Следовательно, это затмение обязательно будет полным, причем с большой фазой. Если учесть, что 22 июля Земля находится недалеко от афелия своей орбиты, т.е. видимый размер диска Солнца практически минимален, то следует ожидать, что продолжительность этого затмения будет близка к максимально возможной. Так как Луна во время затмения находится практически в узле, т.е. на эклиптике, то она отбрасывает тень на тропические и экваториальные широты нашей планеты, где и будет наблюдаться затмение.

Лунные затмения наблюдаются с промежутком в 30 дней. Если бы это были солнечные затмения, продолжительность благоприятного периода для которых превышает синодический месяц, то они наблюдались бы как частные с очень малой фазой и продолжительностью, причем одно из них наблюдалось бы в северном полушарии на довольно высоких

широтах, а другое — на таких же широтах в южном. Для лунных затмений благоприятный период заметно меньше, чем 30 дней, поэтому даже частных теневого лунных затмений 7 июля и 6 августа увидеть не удастся. Эти затмения будут полутеневыми, с малой фазой. Видны они будут, как и любое лунное затмение, везде, где Луна во время затмения будет находиться над горизонтом.

Резюмируем: 7 июля и 6 августа произойдут два полутеневых лунных затмения с малой фазой, а 22 июля — солнечное, с большой фазой, близкой к максимальной продолжительности, видимое из тропической и экваториальной областей Земли. Именно такие затмения наблюдались в соответствующие даты в 2009 году.