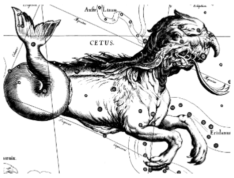


Районный этап Всероссийской олимпиады по астрономии Санкт-Петербург

2016

28 ноября

---

10 класс

---

1. Любитель астрономии наблюдает переменную звезду в свой телескоп. В минимуме блеска звезда имеет видимую звездную величину 10^m, причем это предел проницающей способности телескопа. Его сосед пытается наблюдать эту переменную в свой телескоп, но диаметр его телескопа в 2.5 раза меньше, поэтому сосед может увидеть переменную только тогда, когда ее блеск достигает максимума. Какую видимую звездную величину звезда имеет в максимуме блеска?

Решение:

Из условия следует, что проницающая способность телескопа соседа как раз соответствует максимуму блеска звезды. При этом его телескоп в 2.5 раза меньше по диаметру и поэтому собирает в единицу времени в 2.5^2 раза меньше энергии. Таким образом, его проницающая способность на 2^m хуже, чем у первого любителя (поскольку изменение в 2.5 раза соответствует изменению на 1^m. Следовательно, в максимуме звезда имеет блеск 8^m.

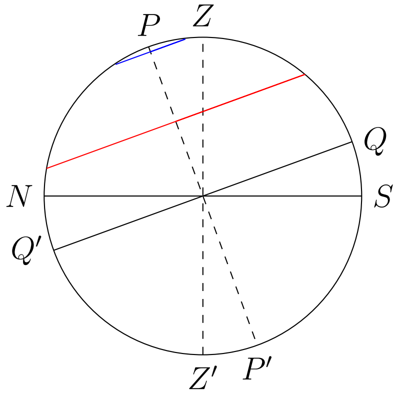
В.В.Григорьев

2. При наблюдении в некоторой местности высота звезды над горизонтом меняется в пределах от 32° до 64°. Определите склонение звезды и широту места наблюдения.

Решение:

Начнем с выяснения того, как высоты звезд в верхней и нижней кульминации связаны с их склонением δ и широтой места наблюдения φ. В принципе, соответствующие формулы могут быть известны и использоваться как готовые, однако обычно их проще не запоминать, а выводить заново.

Построим чертеж проекции небесной сферы на плоскость небесного меридиана (для Северного полушария Земли).



Тут NS — горизонт, QQ' — экватор, ZZ' — отвесная линия, PP' — ось мира. Красным и синим обозначены суточные параллели звезд, у которых верхняя кульминация происходит к югу от зенита (соответствующую высоту обозначим $h_{\text{ВКЮ}}$)и к северу от зенита ($h_{\text{ВКС}}$) соответственно (этим двум случаям отвечают чуть различающиеся выражения для вычисления высот кульминаций, поэтому рассмотрим оба варианта). Высоту в нижней кульминации обозначим $h_{\text{НК}}$. Дуга NP — это широта места наблюдения.

Из рисунка видно, что склонение $\delta = 90^\circ - \varphi + h_{\text{НК}}$, откуда $h_{\text{НК}} = \delta + \varphi - 90^\circ$. Для кульминирующей к югу от зенита звезды $h_{\text{ВКЮ}} = 90^\circ - \varphi + \delta$, для кульминирующей к северу $h_{\text{ВКС}} = \varphi + 90^\circ - \delta$.

Теперь можно приступить к основной части решения.

Если верхняя кульминация происходит к югу от зенита, то:

$$\begin{cases} 64^\circ = 90^\circ - \varphi + \delta \\ 32^\circ = \delta + \varphi - 90^\circ \end{cases}$$

Складывая и вычитая уравнения, получаем $\delta = 48^\circ$, $\varphi = 74^\circ$.

Если верхняя кульминация происходит к северу от зенита, то:

$$\begin{cases} 64^\circ = \varphi + 90^\circ - \delta \\ 32^\circ = \delta + \varphi - 90^\circ \end{cases}$$

Отсюда аналогичным образом получаем второй ответ: $\delta = 74^\circ$, $\varphi = 48^\circ$.

Осталось заметить, что если мы находимся в Южном полушарии Земли, то все те же рассуждения также работают, однако знаки широт и склонений меняются на противоположные. Это дает еще два ответа: $\delta = -48^\circ$ и $\varphi = -74^\circ$, $\delta = -74^\circ$, $\varphi = -48^\circ$.

В.В.Григорьев, П.А.Тараканов

3. Однажды в сентябре Марс находился в созвездии Рыб на расстоянии 1.5 а.е. от Солнца. Оцените минимальное увеличение телескопа, в который можно было бы увидеть диск планеты, если известно, что радиус Марса примерно в два раза меньше радиуса Земли.

Решение:

Как известно, Солнце бывает в созвездии Рыб во время весеннего равноденствия, в марте. Следовательно, если Марс находился там же в сентябре, это означает, что он находится примерно в противостоянии и расстояние от него до Земли составляет $1.5 - 1 = 0.5$ а.е.

Дальнейшее решение предполагает, что нам нужно найти угловой размер диска Марса и выяснить, во сколько раз его требуется увеличить, чтобы результат превысил предельное угловое разрешение человеческого глаза ($1' \div 2'$). Делать это можно несколькими различными способами, но наиболее эффективный выглядит так.

Можно вспомнить, что диаметр Солнца примерно в 100 раз больше диаметра Земли. Следовательно, он же примерно в 200 раз больше диаметра Марса. Если видимый угловой размер диска Солнца, которое мы наблюдаем с расстояния 1 а.е., составляет около $30'$, то диск Марса, который в 200 раз меньше, но зато в 2 раза ближе, должен иметь угловой размер $(30/100)' = 0'.3$. Для того, чтобы увидеть диск глазом, этот угол надо увеличить до $1'.5$ (возьмем среднюю оценку), следовательно, увеличение телескопа должно равняться 5 или более.

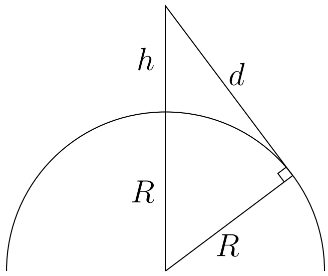
В.В.Григорьев, П.А.Тараканов

4. Модуль «Скиапарелли» должен был совершить мягкую посадку на Марс в 40 км от места работы марсохода «Оппортьюнити». Мог ли «Оппортьюнити» наблюдать место посадки «Скиапарелли», если известно, что высота марсохода немного меньше среднего роста человека? Существованием рельефа на Марсе можно пренебречь.

Решение:

Начнем с выяснения радиуса Марса. В условии предыдущей задачи было сказано, что он примерно в 2 раза меньше радиуса Земли, стало быть, равен примерно $R = 3.2$ тыс. км.

Предположим, что место посадки «Скиапарелли» видно с «Оппортьюнити» в точности на горизонте. Нарисуем весьма утрированную картинку:



на которой h — необходимая высота «Оппортьюнити», d — расстояние до места посадки «Скиапарелли», R — радиус Марса.

Видно, что $R^2 + d^2 = (R+h)^2$, откуда, располагая калькулятором, несложно вычислить h. Если же калькулятора нет, то придется еще немного подумать. Перенесем первое слагаемое слева направо $d^2 = (R+h)^2 - R^2$ и разложим выражение справа как разность квадратов. Получим $d^2 = h\,(2R+h)$.

Высота «Оппортьюнити» h явно на много порядков меньше диаметра Марса $2R$, так что вторым слагаемым в скобках можно с чистой совестью пренебречь, и тогда

$$h = \frac{d^2}{2R}.$$

Подставим числа (все расстояния — в километрах):

$$h = \frac{40^2}{2 \cdot 3.2 \cdot 10^3} = \frac{1}{4} \text{ км.}$$

Это явно намного больше, чем «рост среднего человека», из чего следует сделать вывод, что увидеть место посадки «Скиапарелли» «Оппортьюнити» никак не мог.

Заметим, что задачу можно было бы решать и «наоборот» (если Вы не догадались позаимствовать данное из предыдущей задачи или совсем не помните радиус Земли): оценить высоту марсохода (например, как 1.5 м) и посчитать радиус планеты, на которой «Скиапарелли» оказался бы точно на горизонте. Он окажется больше полумиллиона километров, что для любой планеты явно многовато.

В.В. Григорьев, П.А. Тараканов

5. Входящие в состав двойной системы звезды с массами 3 и 5 масс Солнца вращаются друг вокруг друга так, что расстояние между ними остается постоянным и равным 2 а.е. Найдите орбитальный период такой двойной системы.

Решение:

Вообще говоря, эту задачу можно решить просто как задачу на равномерное движение по окружности под действием постоянной по модулю силы, однако мы рассмотрим более простой (и ожидаемый от участников олимпиады по астрономии) вариант.

Запишем III закон Кеплера:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)},$$

где P — орбитальный период, a — большая полуось орбиты системы (она же среднее расстояние между звездами), G — гравитационная постоянная, $\mathfrak{M}_{1,2}$ — массы звезд.

Уже на этой стадии можно, переведя все имеющиеся данные, например, в СИ, получить ответ. Однако можно действовать разумнее и обойтись практически без вычислений.

В самом деле, применим тот же самый закон для системы Солнце–Земля, причем выразим массы в массах Солнца, период — в годах, а большую полуось — в астрономических единицах. Получим

$$\frac{1^2}{1^3} = \frac{4\pi^2}{G(1+0)}$$

(масса Земли порядка миллионных массы Солнца, так что ей вполне можно пренебречь), откуда видно, что для такой системы единиц $G = 4\pi^2$. И, поскольку все данные исходной задачи даны именно в ней, воспользуемся ей для решения. Тогда:

$$\frac{P^2}{2^3} = \frac{1}{3+5},$$

и $P = 1$ год.

П.А. Тараканов