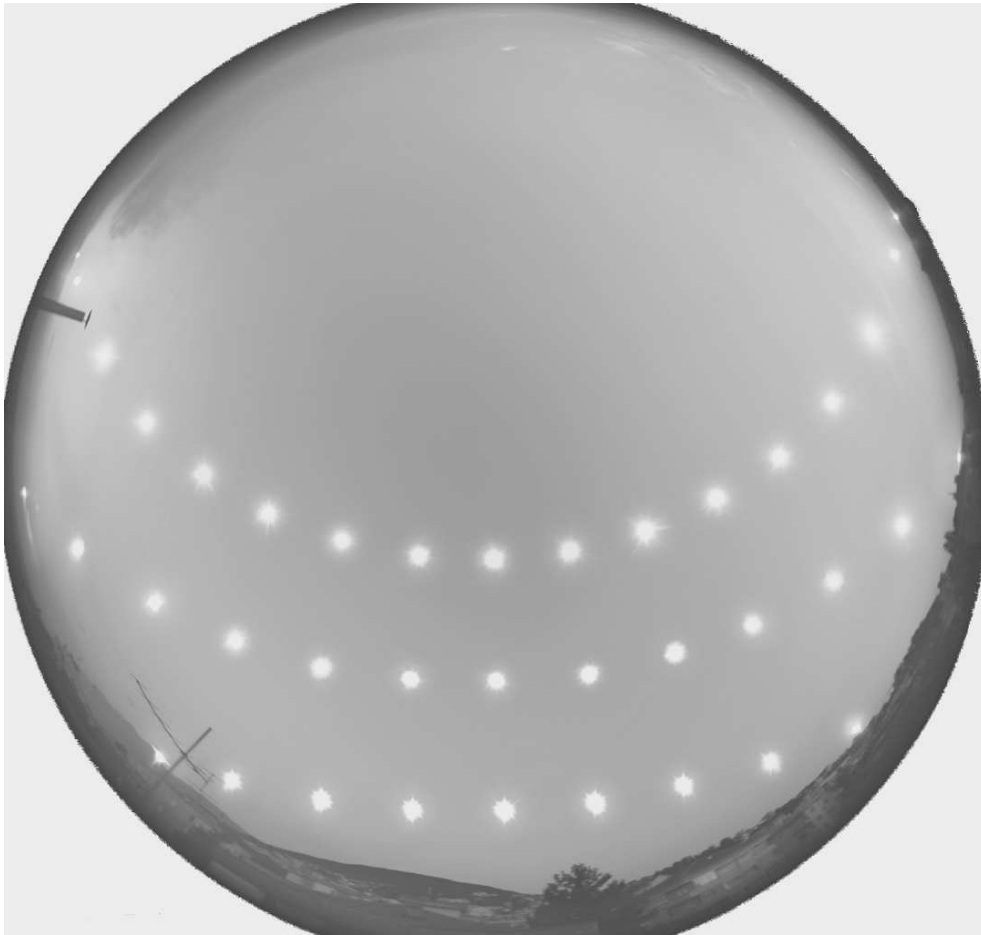


XX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур, решения

2013
17
февраля

9 класс

Вам даны три серии снимков Солнца, сделанных широкоформатной камерой, находящейся в одном и том же положении и направленной в зенит. Две серии сделаны в дни солнцестояний, одна — в день равноденствия. Во всех трех случаях время, прошедшее между двумя последовательными снимками, одно и то же. Определите широту места съемки и оцените погрешность определения широты.



Решение:

Очевидно, что средняя серия снимков изображает траекторию солнца в день равноденствия, а две другие — в дни солнцестояний. В день равноденствия Солнце проводит над горизонтом ровно 12 часов, поэтому можно определить промежуток времени между двумя последовательными снимками для всех серий — 1 час. Используя эту информацию, на каждой серии снимков легко найти тот, который соответствует верхней кульминации Солнца. Известно, что высота светила в верхней кульминации выражается через его склонение δ и широту места наблюдения φ следующим образом:

$$h_{\text{вк}} = 90^\circ - \varphi + \delta.$$

Отсюда следует, что широту по наблюдению светила в кульминации можно определить так:

$$\varphi = 90^\circ - h_{\text{ВК}} + \delta,$$

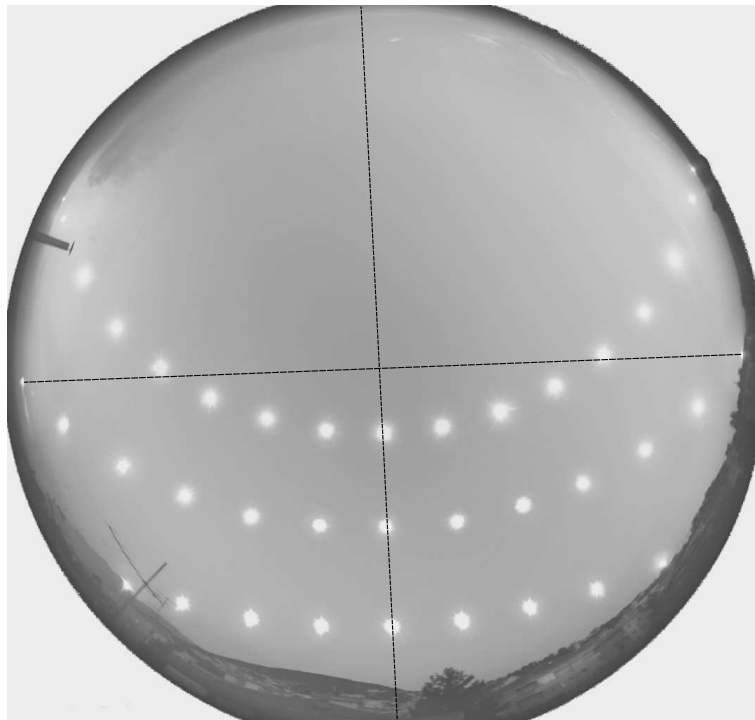
а также то, что разность высот светил в кульминации для одного и того же места равна разности их склонений.

Разность склонений Солнца в равноденствие и солнцестояния составляет $23^\circ.5$ по модулю. Следовательно, измерив на снимке расстояния между изображениями Солнца в кульминации в равноденствии и солнцестояниях, мы получим масштаб изображения. Следует заметить, что из-за особенностей камеры снимок искажен, но погрешность, вносимая этими искажениями в измерение разности высот в кульминации, не превышает погрешности, возникающей из-за неуверенного определения центров видимых дисков Солнца. Проводя измерения, получаем масштаб изображения: примерно $14^\circ/\text{см}$.

(Заметим, что недопустимо определять масштаб снимка, используя видимые размеры диска Солнца. Очевидно, что на снимках изображение Солнца сильно пересвечено. Понять это можно, например, таким образом: разность высот Солнца в кульминации в равноденствие и солнцестояния равна $23^\circ.5/0^\circ.5 = 47$ диаметрам видимого диска Солнца, чего на рисунке очевидно не наблюдается.)

Узнав масштаб, можно приступать к измерениям. Можно заметить, что на местности, изображенной на снимке, положение горизонта, от которого нужно отсчитывать высоту Солнца в кульминации, вследствие рельефа определяется очень неуверенно. Таким образом, надежнее определить на рисунке положение зенита и отсчитывать расстояния от него. Так как очевидно, что зенитное расстояние (расстояние от зенита до светила вдоль меридиана) $z_{\text{ВК}} = 90^\circ - h_{\text{ВК}}$, то $\varphi = z + \delta$. Положение зенита достаточно надежно можно определить так (см. рис.):

- провести прямую через все три изображения Солнца в кульминации, тем самым изобразив проекцию небесного меридиана на плоскость снимка;
- провести прямую через изображения Солнца во время восхода и захода в день равноденствия, получив положение линии «восток–запад»;
- точка пересечения этих прямых и будет проекцией зенита на плоскость снимка.



Проведя три измерения, необходимые вычисления и усреднив результаты, получаем $\varphi \approx 39^\circ.3$.

Заметим, что мы получили заниженную оценку широты, т.к. вследствие искажений камеры длина одного градуса на рисунке увеличивается от зенита к горизонту. Если бы удалось надежно определить положение горизонта, то проведя измерения расстояний от него, можно было бы получить завышенную оценку широты. При усреднении оценка получилась бы более точной.

Оценим погрешность определения широты. Абсолютная погрешность измерения расстояний на снимке не меньше 1 мм, т.к. положение центра Солнца определяется неуверенно. Переводя в градусы, получаем погрешность определения широты: около $1^\circ.5$. Отсюда следует, что окончательный результат нужно приводить с точностью до градуса: $\varphi \approx 39^\circ$.

Глядя на снимок невозможно понять, в каком полушарии он сделан, поэтому окончательный ответ $\varphi \approx \pm 39^\circ$.

Примечание: на самом деле снимок сделан в турецком городе Бурса, широта которого $+40^\circ 11'$