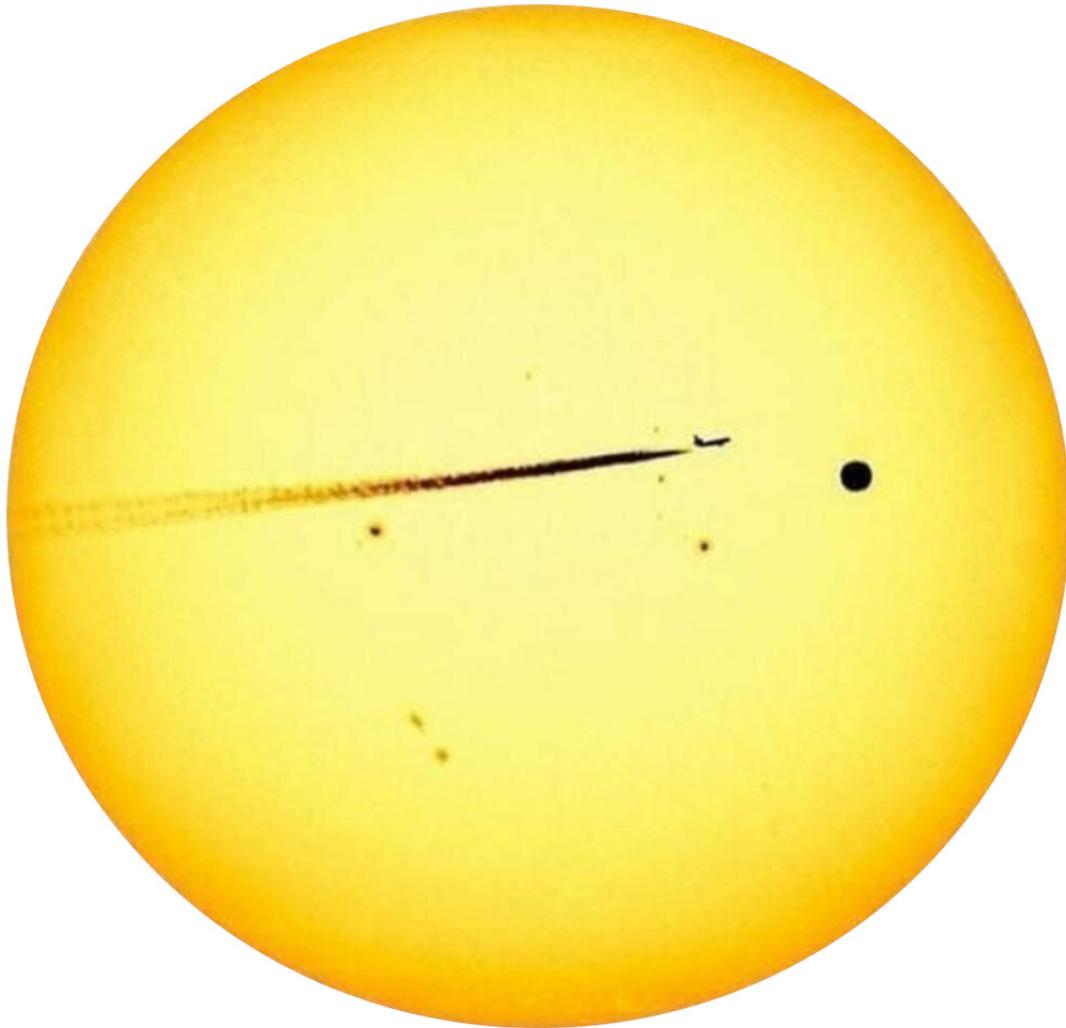


XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур, решения

2022
13
марта

7–8 классы

Вы видите снимок прохождения планеты по диску Солнца, на который попало также «прохождение» самолета по тому же диску. Известно, что длина самолета составляет 40 м, он летит на высоте 10 км. Оцените угловое расстояние между нижним краем диска Солнца и горизонтом в момент съемки. Какая планета находится на диске Солнца?



Решение:

Начнем с получения данных. Измерение диаметра изображения Солнца показывает, что максимальный размер изображения составляет 140 мм (конкретные значения здесь и далее могут немного отличаться из-за дополнительного масштабирования заданий при печати), причем изображение не является кругом — максимальным оказывается горизонтальный размер, а в вертикальном направлении размер диска Солнца составляет всего 135 мм. Отсюда сразу же можно сделать вывод, что, поскольку изображение диска немного сплюснуто,

Солнце находится где-то недалеко от горизонта (такое явление называется дифференциальной рефракцией). Затем измеряем длину изображения самолета, получая 5 мм, а также диаметр планеты (находящейся правее самолета, остальные детали на диске — солнечные пятна) — 4 мм. Также нам понадобится расстояние между изображением самолета и прямой, проходящей горизонтально через нижний край изображения диска Солнца, оно оказывается равным около 78 мм.

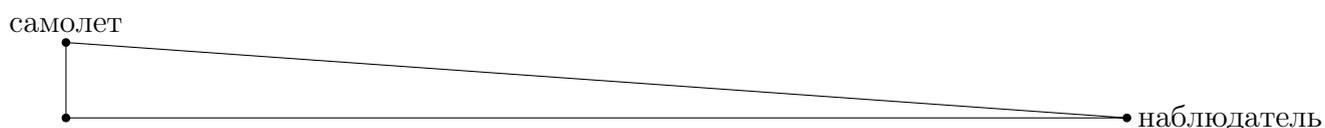
Известно, что угловой размер диска Солнца составляет около $32'$. Находим масштаб изображения — одна угловая минута соответствует $140/32 \approx 4.4$ мм. Таким образом, угловой размер самолета чуть больше $1'$, а планеты — чуть меньше $1'$.

Полученной информации уже достаточно для того, чтобы ответить на вопрос про планету. По диску Солнца при наблюдении с Земли могут проходить только Меркурий и Венера, однако только Венера достаточно велика и может оказаться достаточно близко к Земле для того, чтобы ее угловые размеры оказались близкими к пределу углового разрешения человеческого глаза (который составляет около $1'$) — считается, что некоторые люди с очень острым зрением видят фазы Венеры, следовательно, она для них не точечный объект. Меркурий имеет меньшие размеры и при прохождении по диску Солнца окажется дальше от Земли, поэтому его угловые размеры будут заведомо меньше, отсюда вывод — мы видим Венеру.

Впрочем, то же самое можно получить и другим путем. Известно, что Венера близка по размерам к Земле и, следовательно, примерно в 100 раз меньше, чем Солнце. Если бы она и Солнце находились от нас на одинаковом расстоянии, то изображение Венеры было бы в те же 100 раз меньше, чем изображение Солнца, однако радиус орбиты Венеры составляет около 0.7 астрономических единиц, и это значит, что во время прохождения по диску Солнца Венера в три раза ближе к Земле, чем Солнце. Соответственно, ее угловые размеры должны быть примерно в $100/3 \approx 33$ раза меньше, чем угловые размеры Солнца, что мы и получили при измерениях.

Теперь займемся самолетом. Известно, что длина окружности радиуса R равна $2\pi R$, и во всей окружности $360 \times 60 = 21600$ угловых минут. Если мы рассмотрим дугу окружности с угловым размером $1'$, то ее длина окажется равной $2 \cdot 3.14/21600 \approx 0.0003R$ или, что удобнее, мы можем сказать, что радиус окружности примерно в 3400 раз больше, чем длина дуги. Дуга такого размера практически не отличается от отрезка, поэтому самолет, имеющий такие угловые размеры, находится от места съемки на расстоянии в 3400 раз большем, чем его собственная длина. Вычисляя, получаем, что это расстояние равно $3400 \cdot 40 \text{ м} \approx 140 \text{ км}$.

Теперь мы можем выяснить, на какой угловой высоте над горизонтом виден самолет. Для этого можно воспользоваться уже обсуждавшейся выше схемой вычислений: расстояние в 10 км (высота полета самолета) с расстояния 140 км будет видно под углом $10/140 \cdot 3400' \approx 240' = 4^\circ$. Тот же результат можно получить, просто построив соответствующий прямоугольный треугольник в масштабе и измерив транспортиром угол:



Осталось найти угловое расстояние между самолетом и прямой, параллельной горизонту и проходящей через нижний край диска. Это $78/4.4 \approx 18'$, однако тут имеет смысл вспомнить, что наши предыдущие вычисления и измерения были не настолько точны, чтобы мы могли получить ответ с точностью до угловой минуты (погрешность которого будет примерно в 200 раз меньше, чем он сам). К тому же, как мы уже знаем, изображение по вертикали немного сплюснуто, так что результат имеет смысл округлить либо до $(1/3)^\circ$, либо до $(1/4)^\circ$. Поскольку угловую высоту самолета мы уже знаем, получаем (для первого из выбранных вариантов), что угловое расстояние между нижним краем диска Солнца и горизонтом составляет примерно $(4 - 1/3)^\circ = 3^\circ 40'$.

В.В. Григорьев, П.А. Тараканов