

5–6 классы

1. На какое полушарие Луны — видимое или невидимое — падает в среднем больше солнечного света и почему?

Решение:

Есть две причины, из-за которых невидимое полушарие Луны будет получать в среднем больше солнечного света.

Во-первых, когда на невидимом полушарии Луны день, Луна оказывается в среднем ближе к Солнцу (поскольку при этом Луна расположена между Солнцем и Землей). Во-вторых, на обратной стороне Луны никогда не бывает солнечных затмений (происходящих тогда, когда на Земле наблюдается лунное затмение). Обе эти причины приводят к тому, что больше солнечного света будет падать на невидимую сторону Луны.

2. В начале февраля Юпитер в Петербурге был виден в течение 8 часов на вечернем и ночном небе. Нарисуйте взаимное расположение в пространстве Земли, Юпитера и Солнца в начале февраля. На рисунке укажите направление движения планет по орбитам.

Решение:

В начале февраля темное время в Петербурге продолжается заведомо больше 8 часов, поэтому, если Юпитер виден на вечернем и ночном небе, то в течение части ночи и утром он не виден. Так как изменение видимости не связано с посветлением неба, получается, что в какой-то момент ночью Юпитер заходит под горизонт. Следовательно, Юпитер восходит над горизонтом раньше захода Солнца и заходит за горизонт раньше восхода Солнца. Так как небо «движется» с востока на запад (в северном полушарии, при взгляде на юг, слева направо), то Юпитер в начале февраля находился к востоку (слева) от Солнца для наблюдателя из Петербурга.

Юпитер — яркая планета, поэтому он начинает быть виден практически сразу после захода Солнца. В начале февраля он виден в течение 8 часов, а потом заходит под горизонт, так что моменты захода Солнца и Юпитера различаются на 8 часов. Следовательно, угол Юпитер–Земля–Солнце не может быть очень малым, но и не близок к 180° .

Нарисуем рисунок. Будем смотреть на Солнечную систему со стороны северного полюса Земли. В этом случае планеты движутся по своим орбитам против часовой стрелки. На рисунке изобразим Солнце, Землю, орбиту Земли вокруг Солнца и орбиту Юпитера (в идеале с в 5 раз большим, чем у орбиты Земли, радиусом). Затем проведем линию от Земли к Солнцу. Она изображает направление, в котором наблюдатель с Земли видит Солнце. Затем проведем линию, изображающую направление, в котором виден Юпитер. Она пройдет под углом примерно $80^\circ \div 120^\circ$ к первой в левую от нее сторону. В точке, где эта линия пересечет орбиту Юпитера, и будет находиться Юпитер.

3. В каждом календарном году есть такой месяц, что количество дней этого месяца и распределение чисел в нем по дням недели оказываются одинаковыми с некоторым другим месяцем, отстоящим от первого не более чем на год. Найдите оба этих месяца.

Решение:

Первый вывод, который можно сделать из условия задачи — февраль не может являться ни одним из искомым месяцев (поскольку в году нет другого месяца с таким же количеством дней). Более того, февраль не может находиться и между двумя искомыми месяцами, поскольку количество дней в феврале меняется (из-за наличия високосных лет), и условие одинакового распределения чисел месяцев по дням недели не сможет быть выполнено одновременно и в високосном, и в невисокосном годах.

Следовательно, искомые два месяца находятся либо в группе месяцев с продолжительностью 31 день: март–май–июль–август–октябрь–декабрь–январь (январь следующего года отстоит от марта менее чем на год), либо в группе месяцев с продолжительностью 30 дней: апрель–июнь–сентябрь–ноябрь.

Далее найти ответ можно просто полным перебором вариантов, однако их все же достаточно много (27), поэтому стоит упростить задачу. Для того, чтобы распределение чисел по дням недели совпадало, между первыми числами искомым месяцев должно пройти число дней, нацело делящееся на 7. Поскольку все месяцы (кроме уже исключенного февраля) содержат либо 30, либо 31 день, то можно заметить, что:

- 30 и 31 на 7 не делятся, поэтому два последовательных месяца не могут быть ответом;
- $30 + 31 = 61$ и $31 + 31 = 62$ также не делятся на 7, поэтому и промежуток в два месяца не подходит (случай $30 + 30$, хотя тоже не годится, просто не реализуется — двух последовательных месяцев по 30 дней не существует);
- $30 + 31 + 30 = 91$ подходит по критерию делимости на 7, однако четвертый по порядку месяц в этом случае тоже должен содержать 30 дней, и получается, что нам надо иметь два месяца по 30 дней подряд, чего не бывает;
- Любые другие комбинации трех месяцев будут давать суммарное расстояние 92 дня (делится на 7 с остатком 1), четыре месяца будут содержать не менее $30 + 31 + 30 + 31 = 122$ дней и не более $31 + 30 + 31 + 31 = 123$ дней, что также не подходит;
- пять месяцев в сумме всегда содержат 153 дня (и это число не делится на 7), шесть месяцев содержат либо $153 + 30 = 183$, либо $153 + 31 = 184$ дня, и оба эти числа не делятся на 7.

В итоге можно сделать вывод, что искомые два месяца отстоят друг от друга более чем на полгода. Тем самым от 27 вариантов остается только четыре: март–декабрь, март–январь, май–январь, апрель–ноябрь. Их уже можно проверить непосредственно (или продолжить цепочку рассуждений, приведенных выше) и получить единственный ответ: такими месяцами являются май и январь (следующего календарного года).

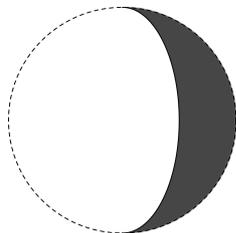
4. Через четыре дня, 23 февраля, Луна сблизится с Меркурием. Еще через четыре дня, 27 февраля, Луна сблизится с Юпитером. Как будет выглядеть Луна при сближении с Юпитером? Сделайте рисунок и объясните свой ответ.

Решение:

Меркурий — внутренняя планета и не отходит на небе далеко от Солнца. Следовательно, когда Луна сближается с Меркурием, она находится на небе совсем рядом с Солнцем, и можно считать, что в этот момент Луна практически в новолунии. Луна быстро движется вокруг Земли и, следовательно, по небу, совершая полный оборот примерно за месяц (точнее, за 27.3 суток). Примерно за то же время (более точно за 29.5 суток) происходит полная смена фаз Луны, т.е. от одного новолуния до другого проходит около 30 дней. Будем считать, что площадь видимого диска Луны, освещенная Солнцем, увеличивается равномерно. Через полмесяца после новолуния наступает полнолуние, т.е. за 15 дней диск Луны из полностью неосвещенного становится полностью освещенным. Таким образом, за 4 дня, прошедших от новолуния, освещенная площадь увеличится от 0 до $4/15$ части

полного диска Луны. Стало быть, при сближении с Юпитером будет освещено чуть больше четверти диска Луны. Большая точность расчетов не требуется, т.к. ответом должен являться рисунок, а его точнее не нарисовать.

Теперь надо понять, с какой стороны будет освещен диск. Луна движется вокруг Земли против часовой стрелки, если смотреть из северного полушария. Следовательно, она будет отодвигаться от Солнца влево (к востоку), так что освещена будет правая часть Луны, т.е. Луна будет растущей и будет выглядеть как на рисунке:



Можно решать задачу несколько другим образом. За месяц Луна делает полный оборот в 360° , так что за сутки она смещается примерно на 12° , и за 4 дня, к моменту встречи с Юпитером, отойдет от Меркурия и, следовательно, от Солнца почти на 50° . Чтобы Луна стала полной, она должна отойти от Солнца на 180° . Таким образом, освещенной окажется $50/180$ часть лунного диска, что, опять же, несколько больше четверти.

5. Оцените среднее число видимых невооруженным глазом звезд, покрытия которых Луной можно будет наблюдать в течение одного месяца, если известно, что видимый угловой диаметр диска Луны составляет $30'$, а одна звезда в среднем приходится на 7 квадратных градусов неба.

Решение:

Луна в своем движении среди звезд замечает полоску шириной 0.5° и длиной 360° . Площадь этой полоски равна $0.5 \cdot 360 = 180$ кв. градусов. Таким образом, в среднем в течение месяца можно наблюдать покрытия Луной $180/7$, т.е. около 25 звезд.