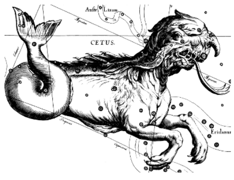

Районный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
Санкт-Петербург

2022

12 ноября

11 класс

1. У одного из крупных астероидов в Солнечной системе полярные круги и тропики попарно совпадают. Найдите угол между осью вращения астероида и плоскостью его орбиты вокруг Солнца.

Решение:

Вспомним определения широт полярных кругов и тропиков для Земли. Если угол наклона плоскости экватора к плоскости эклиптики равен ε, то широты тропиков равны $\varphi_{т} = \pm\varepsilon$, а широты полярных кругов $\varphi_{п} = \pm(90^\circ - \varepsilon)$. Приравнивая друг к другу положительные (например) широты, получаем, что $90^\circ - \varepsilon = \varepsilon$, откуда $\varepsilon = 45^\circ$. Искомый угол — дополнение ε до 90°, поэтому он также равен 45°.

2. Крабовидную туманность наблюдают в телескоп с диаметром объектива 12 см и фокусным расстоянием 1 м. Какой размер изображения в фокальной плоскости объектива будет иметь туманность, если она расположена на расстоянии 2 кпк от Солнца и обладает средним диаметром 3.4 пк?

Решение:

Определим видимые угловые размеры туманности:

$$\alpha = \frac{3.4}{2 \cdot 10^3} = 1.7 \cdot 10^{-3}.$$

Угловой размер α наблюдаемого объекта связан с линейным размером d его изображения и фокусным расстоянием объектива F как

$$d = \alpha \cdot F = 1.7 \cdot 10^{-3} \cdot 1\,\text{м} = 1.7\,\text{мм}.$$

Диаметр объектива — лишнее данное, ответ от него не зависит.

3. В спектре некоторой галактики линия H_α с лабораторной длиной волны 6563 Å наблюдается на длине волны 6580 Å. На какой длине волны будет наблюдаться линия H_γ, если ее лабораторная длина волны равна 4341Å?

Решение:

Для малых смещений линий можно воспользоваться формулой нерелятивистского эффекта Доплера:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}.$$

Здесь $\Delta\lambda$ — смещение линии, λ_0 — лабораторная длина волны. Мы можем записать формулы для двух линий и приравнять левые части формул:

$$\frac{\Delta\lambda(\mathrm{H}_\alpha)}{\lambda_0(\mathrm{H}_\alpha)} = \frac{\Delta\lambda(\mathrm{H}_\gamma)}{\lambda_0(\mathrm{H}_\gamma)}\,.$$

Отсюда смещение линии H_γ будет равно

$$\Delta\lambda(\mathrm{H}_\gamma) = \frac{\Delta\lambda(\mathrm{H}_\alpha)}{\lambda_0(\mathrm{H}_\alpha)} \cdot \lambda_0(\mathrm{H}_\gamma) = \frac{6580 - 6563}{6563} \cdot 4341 = 11\,\text{Å}.$$

Следовательно, наблюдаемая длина волны линии H_γ равна $4341 + 11 = 4352\,\text{Å}$.

4. У некоторой звезды была измерена видимая звездная величина. Затем на основе первичной оценки параллакса, равной $0''.020$, была рассчитана светимость звезды. Точное значение параллакса равно $0''.025$. Во сколько раз реальная светимость звезды отличается от первичной оценки?

Решение:

Определим расстояния до звезды, учитывая обратную пропорциональность параллакса и расстояния. В первом случае $r_1 = 1/0.020 = 50$ пк, во втором $r_2 = 1/0.025 = 40$ пк.

Видимая звездная величина объекта в обоих случаях одинакова, следовательно, одинакова освещённость, создаваемая звездой. Освещённость прямо пропорциональна светимости объекта и обратно пропорциональна квадрату расстояния до него:

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}\,.$$

Равенство освещенностей приводит к следующему уравнению:

$$\frac{L_1}{r_1^2} = \frac{L_2}{r_2^2}\,.$$

Отсюда

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{40^2}{50^2} = 0.64.$$

Отметим, что сами расстояния считать было не обязательно — расстояния обратно пропорциональны параллаксам, поэтому справедливо и такое равенство:

$$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{\pi_1^2}{\pi_2^2}.$$

Конкретное значение видимой звездной величины также несущественно (достаточно знать, что оно не меняется, т.е. освещенность остается постоянной).

5. Компоненты двойной звезды вращаются друг вокруг друга с периодом 5.7 суток, расстояние между ними в 8 раз меньше чем расстояние от Солнца до Земли. Одна из компонент двойной звезды — точная копия Солнца. Найдите массу второй компоненты.

Решение:

Запишем обобщенный III закон Кеплера:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G\,(M_1 + M_2)},$$

где P — орбитальный период, a — большая полуось системы, M_1 и M_2 — массы компонент, G — гравитационная постоянная. Сразу же отметим, что задачу существенно проще решать в системе единиц «масса Солнца – астрономическая единица – год», для которой $G = 4\pi^2$. Поэтому в таких единицах

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2}.$$

Из условия известно, что $a = 1/8$. Вычисления упростятся, если заметить, что $P = 1/64$. В результате получаем

$$M_1 + M_2 = \frac{(8^2)^2}{8^3} = 8,$$

и поскольку $M_1 = 1$ (копия Солнца имеет массу, равную солнечной), то $M_2 = 7$ масс Солнца.