



XXXI Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2024
до 16
января

10 класс

1. Астероид-кентавр (не проявляющий кометной активности) движется по эллиптической орбите с перигелийным расстоянием 12 а.е. и афелийным расстоянием 36 а.е. Во сколько раз отличаются максимальная и минимальная освещенности, создаваемые им на Земле?

Решение:

Освещенность, создаваемая Солнцем на астероиде, обратно пропорциональна квадрату расстояния от Солнца до астероида. Какую-то часть излучения астероид поглощает, какую-то рассеивает, после чего освещенность, создаваемая астероидом на Земле, обратно пропорциональна квадрату расстояния от астероида до Земли (и прямо пропорциональна освещенности, создаваемой Солнцем на астероиде).

Поскольку Земля находится на сравнительно небольшом расстоянии от Солнца, с достаточной точностью можно считать, что освещенность, создаваемая астероидом на Земле, в конечном счете обратно пропорциональна четвертой степени его расстояния от Солнца (и от Земли). Теперь можно вычислить ответ:

$$\left(\frac{36}{12}\right)^4 = 3^4 \approx 80.$$

Более аккуратный учет изменения расстояний (точнее, рассмотрение идеального случая, когда орбита кентавра лежит в плоскости эклиптики, в перигелии кентавр находится в противостоянии, а в афелии — в соединении) позволяет «дотянуть» ответ до 100.

Осталось пояснить, при чем тут кометная активность. Кентавры являются «переходными» по свойствам объектами между объектами Главного Пояса астероидов и объектами Пояса Койпера, и при приближении к Солнцу могут вести себя как кометы (в частности, у некоторых кентавров отмечалось появление комы при приближении к Солнцу). Если бы у кентавра в задаче (его «прототипом» является реальный объект (7066) Несс с несколько округленными параметрами орбиты) имелась бы кометная активность, его блеск в окрестности перигелия орбиты дополнительно бы увеличивался и отношение максимальной и минимальной освещенностей стало бы больше.

П.А.Тараканов

2. В далекой звездной системе вокруг звезды Главной последовательности с массой 1.5 массы Солнца в одной плоскости по круговым орбитам обращаются две планеты земного типа. Известно, что минимальное расстояние между планетами составляет 2 а.е., а орбитальный период первой планеты в два раза меньше орбитального периода второй. Выберите верные утверждения.
- (а) Радиус орбиты внешней планеты лежит в пределах от 5 а.е. до 6 а.е.
 - (б) Период обращения внутренней планеты находится в пределах от 10 до 12 лет.
 - (с) Температура фотосферы звезды выше, чем у Солнца.

- (d) Орбитальная скорость второй планеты больше чем первой.
- (e) Угловой диаметр звезды при наблюдении с более далекой планеты будет в 2.4 раза больше, чем у Солнца при наблюдении с Земли.
- (f) Угловая скорость движения более близкой к звезде планеты больше, чем у более далекой.

Решение:

Правильные ответы: a,c,f.

Пусть r_1 и r_2 — радиусы орбит внутренней и внешней планет соответственно, а T_1 и T_2 — орбитальные периоды. Из условий следует, что $r_2 = r_1 + 2$ а.е. и $T_2 = 2 T_1$.

Согласно третьему закону Кеплера в применении к объектам одной планетной системы,

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3} \Rightarrow r_2 = 2^{2/3} r_1 \approx 1.6 r_1.$$

Итого мы получаем систему из двух уравнений для радиусов орбит, решение которой дает значения $r_1 = 3.4$ а.е. и $r_2 = 5.4$ а.е. Утверждение (a) верно.

Запишем третий закон Кеплера в системе единиц «а.е. — год — масса Солнца»:

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{1}{\mathfrak{M}},$$

где $\mathfrak{M} = 1.5$ — масса звезды в массах Солнца. Тогда

$$T_1 = \sqrt{\frac{r_1^3}{\mathfrak{M}}} = \sqrt{\frac{3.4^3}{1.5}} = 5.1 \text{ года.}$$

Утверждение (b) неверно.

Орбитальная скорость обратно пропорциональна квадратному корню из радиуса орбиты:

$$V(r) = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}}{r}},$$

то есть вторая планета имеет меньшую скорость, чем первая. Утверждение (d) неверно.

Заметим, что у первой планеты период обращения меньше, чем у второй, а угловая скорость обратно пропорциональна периоду обращения, следовательно, угловая скорость более близкой к звезде планеты выше. Утверждение (f) верно.

Звезда имеет большую массу, чем Солнце, и находится на Главной последовательности. При этом температура как внутри звезды, так и на ее поверхности будет выше, чем у Солнца. Утверждение (c) верно.

Для того, чтобы видимый размер звезды при наблюдении с более далекой планеты был в 2.4 раза больше, чем у Солнца при наблюдении с Земли, нужно, чтобы линейный диаметр звезды был в $2.4 \cdot 5.4 = 13$ раз больше солнечного, что нехарактерно для звезды Главной последовательности с близкой к солнечной массой. Утверждение (e) неверно.

А.В.Веселова

3. Радиогалактика находится на космологическом красном смещении $z = 0.056$. Определите расстояние до нее в мегапарсеках.

Решение:

Поскольку красное смещение $z \ll 1$, можно воспользоваться простым выражением

$$r = \frac{cz}{H},$$

где c — скорость света, H — постоянная Хаббла. Считая последнюю равной 70 км/с/Мпк , получаем

$$r = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с} \cdot 0.056}{70 \text{ км/с/Мпк}} = 2.4 \cdot 10^2 \text{ Мпк.}$$

С учетом того, что различные современные оценки постоянной Хаббла варьируются в пределах от 65 до 75 км/с/Мпк , правильным ответом будет $220 \text{ Мпк} \lesssim r \lesssim 260 \text{ Мпк}$. Это реальный объект — радиогалактика Суг А.

П.А.Тараканов

4. При наблюдении с околоземной орбиты две звезды имеют одинаковые видимые звездные величины. Выберите верные утверждения, если межзвездным поглощением пренебречь.
- (a) Температуры звезд должны быть одинаковы.
 - (b) Радиусы звезд должны быть одинаковы.
 - (c) Если светимости звезд одинаковы, то и расстояния до них должны быть одинаковы.
 - (d) Освещенности, создаваемые звездами, должны быть одинаковыми.
 - (e) Если температуры звезд отличаются вдвое, то, при одинаковых расстояниях до звезд, их радиусы также отличаются вдвое.
 - (f) Если расстояния до звезд отличаются втрое, то их светимости отличаются в девять раз.

Решение:

Правильные ответы: c,d,f.

Равенство видимых звездных величин означает равенство создаваемых звездами освещенностей и правильность утверждения (d). Освещенность прямо пропорциональна светимости и обратно пропорциональна квадрату расстояния до звезды, поэтому при равенстве светимостей расстояния тоже должны быть одинаковы, утверждение (c) верно. Если же расстояния отличаются втрое, то более далекая звезда должна быть в $3^2 = 9$ раз ярче, и утверждение (f) тоже верно.

Согласно закону Стефана–Больцмана, светимость звезды равна $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, где R — радиус звезды, T — температура звезды. Поскольку светимости могут быть одинаковыми как при разных радиусах, так и при разных температурах, то утверждения (a) и (b) в общем случае неверны.

При одинаковых расстояниях светимости должны быть равны, но при этом отношение радиусов равно обратному квадрату отношения температур, поэтому отличие температур вдвое не соответствует отличию радиусов вдвое, утверждение (e) неверно.

А.В.Веселова

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».
- (a) Первая внесолнечная планета была открыта в 1950-х годах.
 - (b) Большинство внесолнечных планет открывают прямым наблюдением.
 - (c) Среди открытых внесолнечных планет есть объекты на орбитах с эксцентриситетами меньше 0.05.
 - (d) Большинство открытых в настоящее время внесолнечных планет — это планеты земного типа.
 - (e) Были открыты внесолнечные планеты вокруг красных карликов.

- (f) К настоящему времени уже открыты системы с более чем четырьмя внесолнечными планетами на орбитах вокруг одной звезды.
- (g) Известны планеты, обращающиеся вокруг нейтронных звезд.
- (h) Наблюдения внесолнечных планет позволяют определить параметры пятен на звездах.

Решение:

- (a) Нет. Первая внесолнечная планета была открыта только в 1990-х годах.
- (b) Нет. Прямым наблюдением иногда удается открыть планеты на довольно широких орбитах вокруг звезды (более 10 а.е.). В настоящее время таким методом действительно открывают внесолнечные планеты, но наибольшее количество планет открыто с помощью метода транзитов (измерение уменьшения видимого блеска звезды при прохождении планеты по ее диску) и метода Доплера (измерение колебаний лучевой скорости звезды, возникающих из-за того, что звезда движется вокруг общего с планетой центра масс).
- (c) Да. Ограничения снизу на эксцентриситет орбиты нет, то есть орбиты внесолнечных планет могут быть близки к круговым. Например, орбита планеты 55 Рака b по оценкам имеет эксцентриситет меньше 0.02. Более того, поскольку значительная часть известных планет — «горячие юпитеры», находящиеся очень близко к своим звездам, их орбиты просто не могут иметь существенно отличающийся от нуля эксцентриситет.
- (d) Нет. Планеты земного типа открывают заметно реже по сравнению с планетами-гигантами: массы и размеры планет земного типа невелики, такие планеты не дают существенного потускнения звезды при прохождении по диску и не создают значительных колебаний лучевой скорости звезды.
- (e) Да. Вокруг красных карликов внесолнечные планеты открывают весьма часто: масса, размеры и светимости таких звезд невелики по сравнению с аналогичными параметрами более крупных звезд, поэтому наличие планеты у красного карлика проще обнаружить как методом Доплера, так и методом транзитов. Например, у звезды GJ 876 была обнаружена даже целая планетная система, а не только одиночная планета.
- (f) Да. Системы внесолнечных планет могут насчитывать большое количество компонентов. Так, в систему Kepler-90 входят как минимум 8 планет.
- (g) Да. Более того, первая внесолнечная планета, открытая в 1992 году, была именно такой.
- (h) Да. При прохождении планеты по диску звезды наличие на диске крупного пятна или группы пятен приводит к небольшому увеличению блеска системы, регистрация которого позволяет определить параметры пятна. Первый подобный случай — объект TrES-1, он же звезда GSC 02652-01324, планета у которой (вместе с пятенной активностью) была обнаружена двадцать лет назад, в 2004 году.

А.В.Веселова, Х.Краяни, П.А.Тараканов