

XXX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур, решения

2023
12
марта

5–6 классы

Вам дана фотография радиотелескопа на фоне полной Луны. Известно, что фотограф находился на расстоянии 1.5 км от радиотелескопа. Определите диаметр зеркала («тарелки») радиотелескопа. Оцените, на сколько процентов горизонтальный диаметр видимого диска Луны больше вертикального (такое сжатие изображений протяженных объектов около горизонта возникает из-за преломления лучей света в земной атмосфере и называется дифференциальной рефракцией).

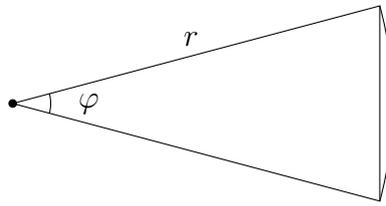


Решение:

Воспользуемся известным и в то же время более-менее очевидным фактом: если мы рассмотрим дугу окружности, ограниченную некоторым углом с вершиной в центре окружности (так называемым «центральным углом»), то длина этой дуги будет пропорциональна величине угла, который ее ограничивает.

На фотографии есть один объект, угловые размеры которого известны — Луна. Угловой диаметр диска Луны составляет около $30' = 0^\circ.5$, и мы можем этим воспользоваться.

Построим чертеж, изобразив на нем дугу окружности, ограниченную центральным углом φ , и стягивающую эту дугу хорду:



Хорошо видно, что даже для довольно большого угла (а на чертеже $\varphi = 30^\circ$) дуга уже мало отличается от хорды, а их длины примерно совпадают. Поскольку на фотографии угловые размеры изображенных объектов намного меньше, мы можем смело считать, что если мы найдем угловой диаметр зеркала телескопа, то сможем вычислить и обычный линейный.

Определим масштаб изображения. На фотографии видно более половины диска Луны, поэтому можно довольно легко найти максимальный горизонтальный диаметр диска (именно он составляет $30'$ — как следует из условия, изображение Луны сжимается по вертикали). Измерив это расстояние, мы получим, что оно равно 65 мм (при печати изображение могло немного иначе отмасштабироваться, поэтому конкретный размер может быть немного другим, но на итоговый результат это не повлияет). Следовательно, $1'$ на нашей фотографии равна $65/30$ мм.

Теперь найдем диаметр зеркала. Это сделать проще, наиболее удаленные точки хорошо видны. Получаем результат — 68 мм. Сразу же можно вычислить, что угловой диаметр зеркала составляет $68/65 \cdot 30' \approx 31'$. Заметим также, что зеркало круглое и, хотя мы и смотрим на него под углом, максимальный диаметр проекции должен совпасть с диаметром круга.

Теперь вычислим линейный диаметр зеркала. По условию от фотографа до радиотелескопа 1.5 км, и длина окружности такого радиуса составляет $2\pi \cdot 1.5 = 2 \cdot 3.14 \cdot 1.5 \approx 9.4$ км или примерно 9400 м. В этой окружности 360° , в каждом из градусов $60'$, поэтому всего в окружности $360 \cdot 60 = 21600'$. Тогда одна угловая минута на таком расстоянии составляет $9400/21600 \approx 0.44$ м. Поскольку угловой размер зеркала — $31'$, то его реальный диаметр составляет $0.44 \cdot 31 \approx 14$ м.

Однако на самом деле полученный нами результат не очень точен. Дело в том, что в реальности (из-за эллиптичности орбиты Луны вокруг Земли) угловой размер диска Луны довольно заметно меняется, от $29'$ до $33'$, причем в какой момент сделан снимок, неизвестно. Если учесть это обстоятельство и взять наибольший возможный угловой диаметр Луны, то размер зеркала может стать чуть больше — 15 м. Отсюда же, в частности, следует, что вычислять его с большей точностью нет смысла.

Осталось найти ответ на вопрос о дифференциальной рефракции. Тут конкретный размер диска Луны неважен (поскольку нас интересует относительный результат), мы можем оперировать просто размерами на фотографии. Построив максимальный диаметр, равный 65 мм, найдем его центральную точку и определим расстояние от нее до ближайшей точки границы диска. Построение изображено на фотографии, размещенной на следующей странице.

Получаем, что искомое расстояние составляет 30 мм. Следовательно, если мы бы видели полный диск Луны, его вертикальный диаметр равнялся бы 60 мм. Следовательно, горизонтальный диаметр составляет $65/60 \cdot 100\% = 108\%$ вертикального, то есть он больше вертикального на 8%.

П.А.Тараканов

