



**XXXII Санкт-Петербургская
Астрономическая олимпиада**
практический тур, решения

2025
2
марта

7–8 классы

Вам дана фотография Луны и небоскреба, располагающегося в Петербурге (основная часть фотографии, кроме Луны, негативная). Известно, что в небоскребе 87 этажей, высота потолков в здании — 3 м, толщина перекрытий между этажами — 1 м, высота шпиля, находящегося над основной частью здания — 110 м.

Определите, чему равно расстояние от наблюдателя до небоскреба, сколько суток прошло с момента последнего новолуния, а также найдите возможный месяц съемки, если известно, что фотограф находился к юго-западу от небоскреба. Положение горизонта можно считать совпадающим с нижней границей изображения.



Решение:

Из данных, указанных в условии про небоскреб, можно выяснить, что общая высота небоскреба равна $H = 87 \cdot (3 + 1) + 110 = 458$ метров (в реальности выше на 4 метра, но на решении и ответе задачи это не сказывается, высоту можно для удобства вычислений округлить до 460 м).

Определим расстояние от наблюдателя до небоскреба. Видно, что изображение небоскреба на фотографии занимает по высоте 31 мм. Единственный объект, по которому можно понять

угловой масштаб фотографии — это Луна. Диаметр диска Луны на фотографии составляет 15 мм. Поскольку нам известно, что угловой диаметр Луны равен $0^\circ.5$, то это означает, что угловой размер небоскреба в точке съемки чуть больше 1° .

Известно, что длина окружности радиуса R равна $2\pi R$, и во всей окружности 360° . Если мы рассмотрим дугу окружности с угловым размером 1° , то ее длина окажется равной $2 \cdot 3.14 / 360 \approx 0.0174R$ или, что удобнее, мы можем сказать, что радиус окружности примерно в 57 раз больше, чем длина дуги. Дуга такого размера практически не отличается по длине от соответствующей хорды, поэтому небоскреб, имеющий такие угловые размеры, находится от места съемки на расстоянии в 57 раз большем, чем его высота. Вычисляя, получаем, что это расстояние равно $57 \cdot 460 \text{ м} \approx 26 \text{ км}$.

Можно найти расстояние и другим способом. Диаметр изображения Луны на снимке в 2 раза меньше высоты небоскреба. Это значит, что, если расстояние от фотографа до небоскреба увеличить в 2 раза, размеры изображений Луны и небоскреба на снимке сравняются. Тогда пусть r — расстояние от фотографа до небоскреба. Тогда $2 \cdot r$ во столько же раз меньше расстояния от Земли до Луны r_ζ , во сколько высота небоскреба H меньше диаметра Луны D_ζ :

$$\frac{2r}{r_\zeta} = \frac{H}{D_\zeta} \Rightarrow r = \frac{r_\zeta}{D_\zeta} \cdot \frac{H}{2}.$$

Подставим числа. Диаметр Луны $D_\zeta \approx 3500 \text{ км}$, а расстояние до неё $r_\zeta = 4 \cdot 10^5 \text{ км}$, тогда

$$r = \frac{4 \cdot 10^5}{3.5 \cdot 10^3} \cdot \frac{460}{2} \approx 25 \text{ км}.$$

Заметим, что вместо данных о Луне при расчетах можно использовать данные для Солнца ($D_\odot = 1.4 \cdot 10^6 \text{ км}$, $r_\odot = 1.5 \cdot 10^8 \text{ км}$), так как видимые размеры Солнца и Луны на Земле практически совпадают. Результат при этом, естественно, получится тем же самым.

Теперь оценим, сколько суток прошло с ближайшего новолуния. Видно, что Луна стареющая, причем освещено больше половины диска Луны, а именно примерно $3/4$ диска. Таким образом прошла половина периода смены фаз Луны с новолуния до полнолуния и ещё примерно половина от $1/4$ периода, т.е. всего $1/2 + 1/8 = 5/8$ периода смены фаз. В среднем период смены фаз Луны (синодический месяц) составляет 29.5 суток. Тогда получаем, что после новолуния прошло $29.5 \cdot 5/8 \approx 18$ суток.

Осталось оценить месяц съемки. Заметим, что Луна находится невысоко над горизонтом (ее угловые размеры позволяют оценить высоту примерно как 4°) и ее терминатор расположен практически вертикально. Это означает, что Солнце находится слева от Луны, также примерно на горизонте, и угловое расстояние до него от Луны можно оценить примерно как $3/4$ часть полуокружности. Поскольку направление на Луну — это примерно направление на северо-восток, получаем, что Солнце находится примерно на западе, недалеко от горизонта, причем оно уже зашло (Луна достаточно яркая). Следовательно, съемка велась где-то в окрестности равноденствия, но ближе к зимнему солнцестоянию (т.е. либо после осеннего равноденствия, либо перед весенним равноденствием), а это означает, что наиболее подходящие месяцы — октябрь или февраль.

С.А.Петельский